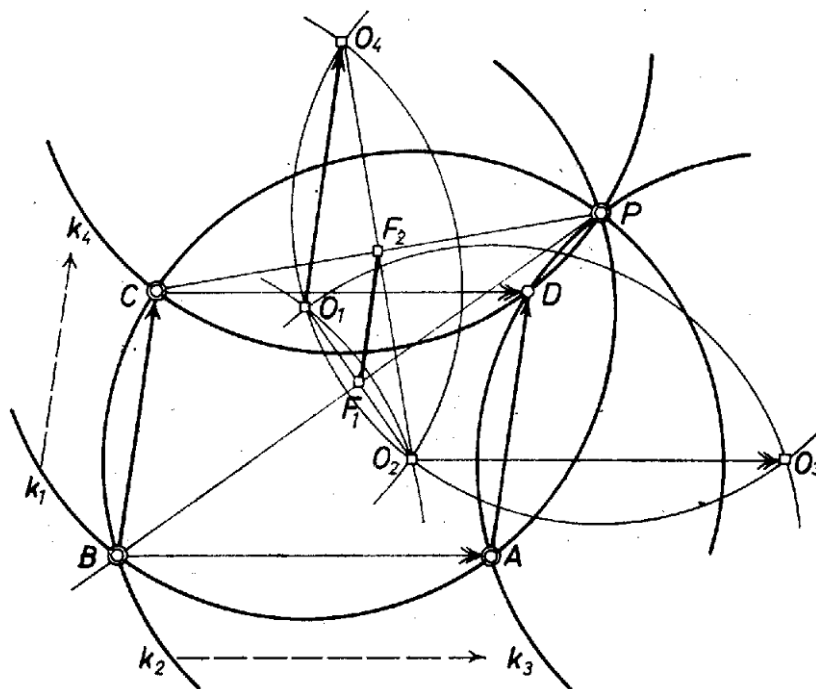


Helyezzük rá a háromszögre a körlapot úgy, hogy A és B , illetve B és C a peremén legyen és a körlap a harmadik pontot is lefedje. Így kapjuk a k_1 , ill. k_2 kört. Közeppontjukat jelöljük O_1 és O_2 -vel. Mivel a körlap sugara nagyobb, mint a háromszög köré írt kör sugara, a k_1 és k_2 kör biztosan metszi egymást egy B -től különböző P pontban.



Most helyezzük el a körlemezt úgy, hogy P , A a kerületére kerüljön és rajzoljuk meg a k_1 -től különböző k_3 kört. Majd hasonlóan a P , C pontokon átmenő, k_2 -től különböző k_4 kört. Azt állítjuk, hogy ez utóbbi két körnek P -től különböző metszéspontja, D lesz a paralelogramma negyedik csúcsa, vagy a két kör érinti egymást, és ekkor már P paralelogrammává egészíti ki az A , B , C pontokat.

Ennek igazolására először azt látjuk be, hogy a k_1 kört $\overrightarrow{BC}$ vektorral eltolva a k_4 körbe megy át. Mivel a két kör sugara egyenlő, elegendő azt belátnunk, hogy a $\overrightarrow{BC}$ eltolás O_1 -et O_4 -be viszi át. Tudjuk, hogy a k_1 és k_2 körök metszéspontjain átmenő BP egyenes a két kör szimmetriatengelye és merőlegesen felezi a körök középpontját összekötő O_1O_2 szakaszt. Jelöljük ezt a felezési pontot F_1 -gyel. Hasonlóképpen az O_2O_4 szakasz és az azt merőlegesen felező CP egyenes metszéspontját F_2 -vel. Ekkor F_1F_2 a PBC és $O_2O_1O_4$ háromszögek közös középvonala, ezért $F_1F_2 \parallel BC$, $F_1F_2 \parallel O_1O_4$ és F_1F_2 mindkét oldal felével egyenlő, azaz $BC \equiv O_1O_4$. Ezzel állításunkat igazoltuk.

Hasonlóképpen láthatjuk be, hogy a k_2 kört $\overrightarrow{BA}$ -ral eltolva a k_3 -ba megy át, amiből következik, hogy az $ABCD$ paralelogramma D csúcsa a k_3 , k_4 körök metszéspontja. Ha $ABCP$ eleve paralelogramma, akkor – mint az könnyen látható –, k_4 -et a P -re való tükrözés k_3 -ba viszi, tehát a két kör P -ben érinti egymást.