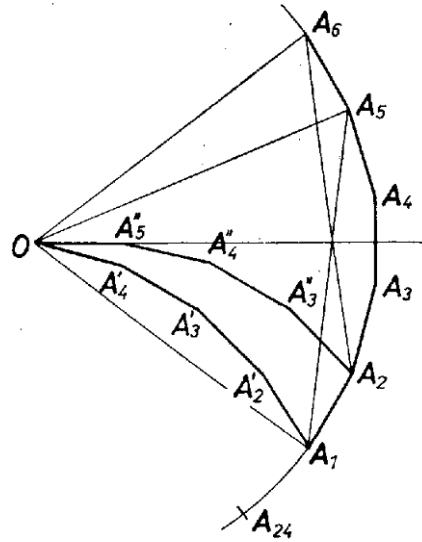


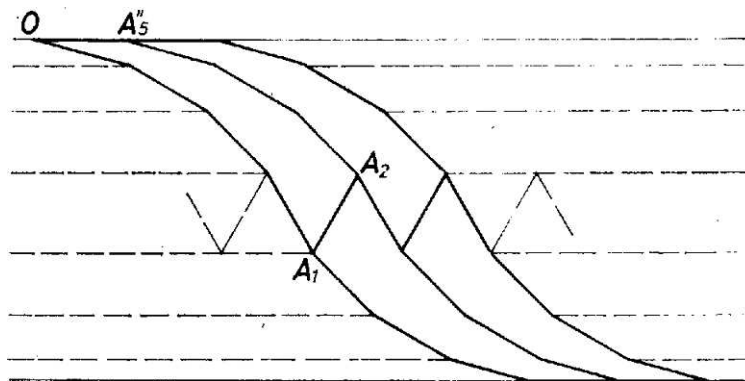
Tekintsük egy szabályos 24-szög 5 egymás utáni csúcsát, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 -öt. Jelöljük a 24-szög köré írható kör középpontját O -val. Az $A_1A_2A_3A_4A_5O$ hatszögben $A_1OA_5 \sphericalangle = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$, azaz A_1OA_5 háromszög szabályos.



Forgassuk el az $A_1A_2A_3A_4A_5$ töröttvonalat A_1 körül 60° -kal befelé (azaz a sokszög belseje felé), s jelöljük az elforgatott pontokat rendre $A_1, A'_2, A'_3, A'_4, A'_5$ -vel. Majd forgassuk el az $A_2A_3A_4A_5A_6$ töröttvonalat A_2 körül ugyancsak 60° -kal befelé. Az elforgatott pontok legyenek $A_2, A'_3, A'_4, A'_5, A'_6$. Mivel A_1OA_5 és A_2OA_6 is szabályos háromszögek, $A'_5 = O = A'_6$.

Az így kapott $A_1A'_2A'_3A'_4OA'_5A'_6A'_7A'_8$ 9-szögről belátjuk, hogy megfelel a feladat feltételeinek. Oldalai nyilván egyenlők. A szabályos 24-szög szögei 165° -osak; ezért $A'_3 \sphericalangle = A'_4 \sphericalangle = A'_5 \sphericalangle = 165^\circ$. Az A'_2, A'_3 és A'_4 csúcsokban a 9-szög konkáv szögei fekszenek, azaz ezek a szögek $360^\circ - 165^\circ = 195^\circ$ -osak. A forgatás miatt $A_2A_1A'_2 \sphericalangle = A_3A_2A'_3 \sphericalangle = 60^\circ$, ahonnan $A_1A_2A'_3 \sphericalangle = 165^\circ = -60^\circ = 105^\circ$, és végül $A'_4OA'_5 \sphericalangle = 15^\circ$. Vagyis $A_1A'_2A'_3A'_4OA'_5A'_6A'_7A'_8$ olyan egyenlő oldalú 9-szög, melynek szögei rendre $195^\circ, 195^\circ, 195^\circ, 15^\circ, 165^\circ, 165^\circ, 165^\circ, 105^\circ, 60^\circ$.

Most belátjuk, hogy a sík lefedhető egyrétűen és hézagtalanul ilyen egybevágó lapocskákkal. Rakjunk két 9-szöget egymás mellé úgy, hogy a 15° -os szöghöz csatlakozzék a következő 9-szögnek az első 165° -os szöge. Mivel $15^\circ + 165^\circ = 180^\circ$, a pontok egy egyenesbe esnek. Az alakzat másik végén egy „fésűfog”-szerű nyílás marad. Illesszünk mindkét idom mellé az előzőhöz képest 180° -kal elforgatott 9-szögeket, az ábra szerint. Az illeszkedések mentén valóban nem keletkeznek hézagok, hiszen a közbülső csúcsokban egy 165° -os és egy 195° -os szög találkozik. Mivel ezek összege 360° , a találkozási pontban kitöltik a síkot. Végül a fésűs csúcsban a szögek összege $105^\circ + 60^\circ + 195^\circ$, ugyancsak 360° . A négy 9-szög együttesen, tehát lefed egy sávot, ilyen sávokkal pedig ki tudjuk tölteni a síkot a kívánt módon.

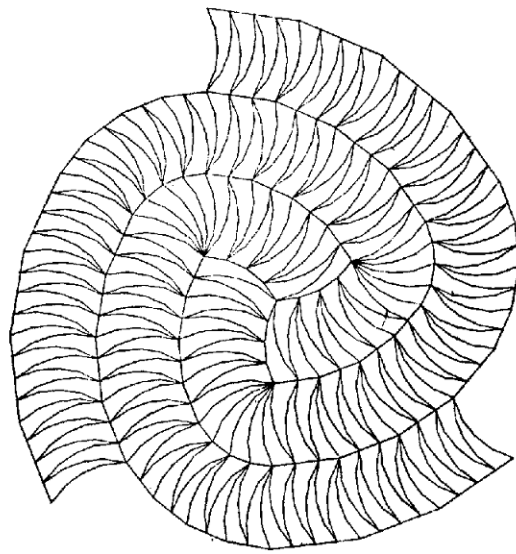
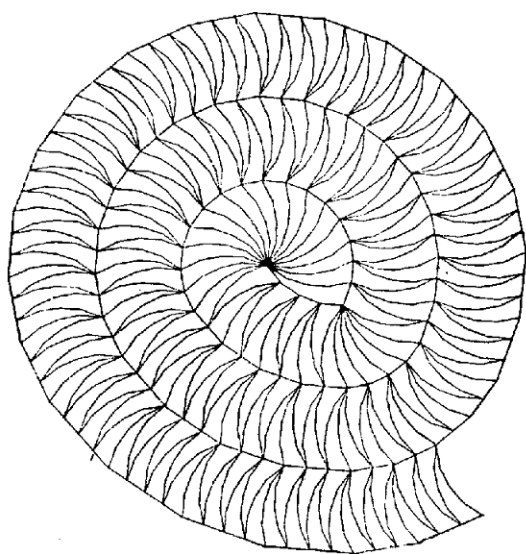
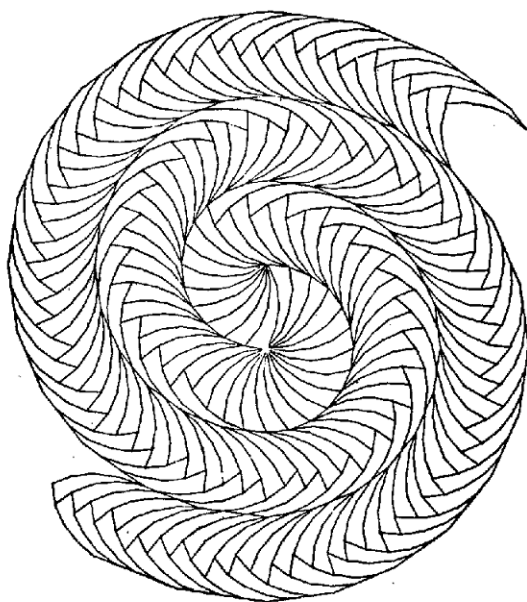
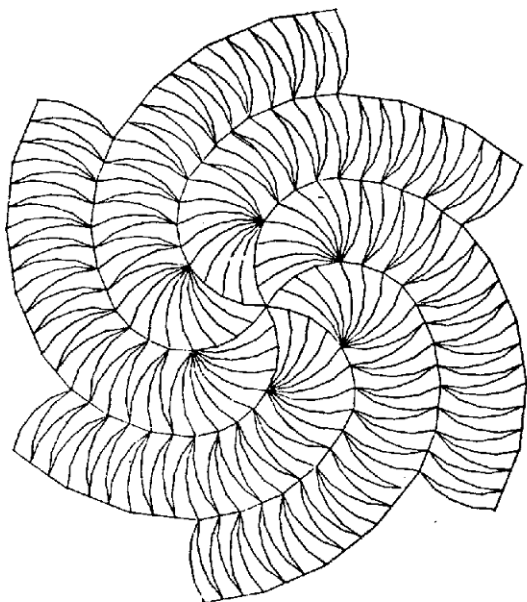


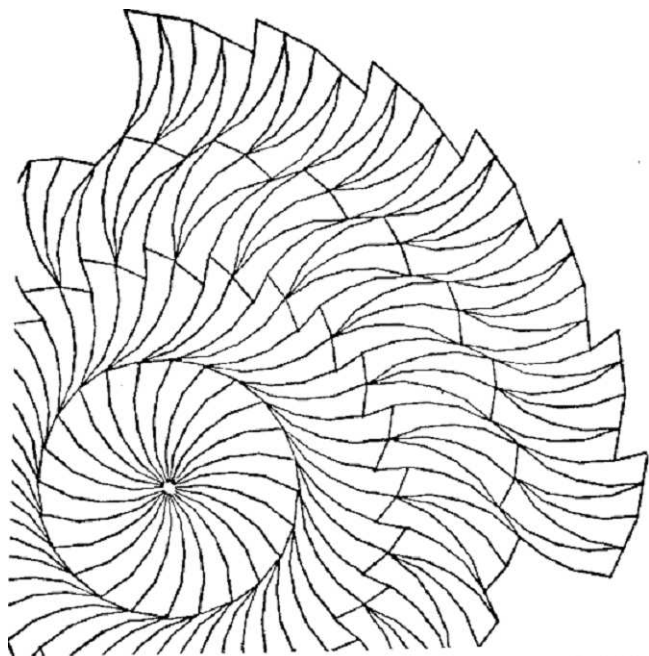
1. ábra

Megjegyzés: Ezzel az elhelyezéssel párhuzamos egyenesek által határolt sávokat fedtünk le (2. ábra).

Számos olyan lefedése található a síknak, melyben az adott alakzatok egy középpont körül spirál alakban helyezkednek el. Először csak olyan spirálokat találtak, amelyekben a középpontból páros számú „kar” indult ki. Két évvel ezelőtt találtak olyan spirált, melyben a középpontból páratlan számú kar indult ki. Ilyen spirálokat mutatnak az alábbi és a borító 4. oldalán levő ábrák. Az ezeket határoló sávok oldalsó vonalai mindkét irányban 15° -kal vagy annak többszörösével meg vannak törve. [Az ábrákat a Mathematics Teaching (Anglia) folyóirat 1979. évi szeptemberi

számából vettük ki.]





..... Spirál-csempézés – Az ábra a sík – egy bizonyos fajta
9-szöggel való – kitöltését mutatja, mely az 1898. gyakorlat
megoldásával kapcsolatos. (A hátsó borító ábrája kicsinyítve)