

Jelöljük a keresett számot S -sel, a 100 db 1-esből álló számot E -vel. A feladat szerint S^2 -ben E után E kétszerese, majd egy kettes és egy ismeretlen számjegy, mondjuk x áll. Általában, ha a k jegyű B számot az A szám után írjuk, – a keletkezett $\overline{AB}$ számban A minden számjegyének a helyi értéke 10^k -szorosára nő, $\overline{AB} = 10^k A + B$. Ennek alapján E -ből S^2 így állítható elő:

$$S^2 = 10(10(10^{100}E + 2E) + 2) + x.$$

A 100 db egyesből álló E szám 9-szerese 100 db 9-esből áll, ezt 1-gyel megnövelve az egy egyesből és 100 nullából álló $D = 10^{100}$ számot kapjuk: $9E + 1 = D$, tehát

$$\begin{aligned} S^2 &= 100(D + 2)E + 20 + x = 100(D + 2) \frac{D - 1}{9} + 20 + x \\ 9S^2 &= 100D^2 + 100D - 20 + 9x = (10D + 5)^2 + 9(x - 5). \end{aligned}$$

Ez akkor négyzetszám, ha a második tag értéke 0, vagyis $x = 5$, ekkor $S = (10D + 5)/3 = (10^{101} + 5)/3$. Mivel a $C = 10^{101} + 5$ szám jegyeinek összege 6, ez valóban osztható 3-mal, S mondott értéke egész szám. Más érték nem is jöhet szóba x -re, hiszen a C^2 -tel szomszédos négyzetszámok lényegesen többel térnek el C^2 -től, mint amekkora a $9(x - 5)$ lehet egyjegyű x mellett. Tehát a keresett szám $(10^{101} + 5)/3$, és négyzetének az utolsó jegye 5.

Ótott-Kovács István (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., II. o. t.)