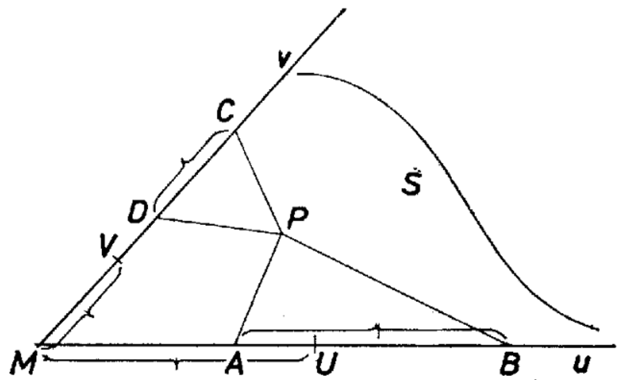
Jelöljük az AB, CD egyeneseket u-val, v-vel és vizsgáljuk először azt az esetet, amikor ezek metszik egymást. Jelöljük ekkor a metszéspontjukat M-mel. Elegendő u-nak, v-nek csak az AB-t, CD-t tartalmazó felét venni, és vizsgálódásunkban az ezek által határolt S szögtartományra szorítkozni, hiszen ebben van az $ABCD$ négyszög.



Mérjük fel e félegyenesekre rendre az $MU = AB$, $MV = DC$ szakaszokat. Mivel a PAB, PMU háromszögek P-vel szemközti oldala és P-hez tartozó magassága egyenlő, e két háromszög területe is egyenlő. Ugyancsak egyenlő a PCD és PMV háromszögek területe is. Ha P nincs benne az UVM háromszögben, az U, P, V, M csúcsok ebben a sorrendben egy konvex négyszög csúcsai, amelyet akár az UV, akár a PM átlójával kettévághatunk, a kapott részek területének összege mindkét esetben a négyszög területével egyenlő. Ha P az UVM háromszögben van, ezt a PU, PV, PM egyenesek három részre vágják, amelyek területének összege a háromszög területével egyenlő. Most tehát a PMU, PMV háromszögek területének összegét úgy is megkaphatjuk, hogy az UVM háromszög területéből levonjuk az UVP háromszög területét.

Összefoglalva eddigi eredményeinket elmondhatjuk, hogy a PAB és PCD háromszög területének az összege egyenlő az UVM, UVP háromszög területének az összegével vagy különbségével aszerint, hogy UV elválasztja az M, P pontokat, vagy sem. Nyilván igaz ez P helyett E-re is, így P eleve csak akkor tartozhat a vizsgált mértani helyhez, ha UV-nek ugyanazon az oldalán van, mint E. Mivel az UVM háromszög területe nem függ P megválasztásától, P pontosan akkor tartozik a vizsgált mértani helyhez, ha az UVE, UVP háromszögek területe egyenlő. Mivel a két háromszög UV oldala közös, ennek szükséges és elégséges feltétele, hogy P ugyanolyan messze legyen UV-től, mint E, vagyis P rajta legyen az E-n átmenő, UV-vel párhuzamos e egyenesen. (Itt kihasználtuk, hogy E és P az UV-nek ugyanazon az oldalán van.) Mivel a feladat P megválasztását az $ABCD$ négyszög belsejére korlátozza, a vizsgált mértani hely az e egyenesnek a négyszög belsejében levő szakasza.

Ha u és v párhuzamosak, a köztük levő P pontnak tőlük mért $u(P)$, $v(P)$ távolságainak összege független P-től, jelöljük ezt Δ-val. Ha a PAB, PCD háromszögek területének összegéből kivonjuk az EAB, ECD háromszögek területének összegét, a következő különbség felét kapjuk:

$$\begin{gathered}\big[AB\cdot u(P)+CD\cdot v(P)\big]-\big[AB\cdot u(E)+CD\cdot v(E)\big]=\\ =\big[AB\cdot\Delta+(CD-AB)v(P)\big]-\big[AB\cdot\Delta+(CD-AB)v(E)\big]=(CD-AB)\big(v(P)-v(E)\big).\end{gathered}$$

Ebből kiolvasható, hogy a különbség mindig 0, ha $CD = AB$ (vagyis $ABCD$ paralelogramma), ha pedig $CD \neq AB$, akkor csakis $v(P) = v(E)$ esetén 0 a különbség. Ha tehát $ABCD$ paralelogramma, az egész belseje a mértani helyhez tartozik; ha benne $AB \parallel CD$, de BC, AD nem párhuzamosak, akkor a mértani hely az AB-vel párhuzamos, E-n átmenő egyenesnek a négyszög belsejébe eső szakasza.