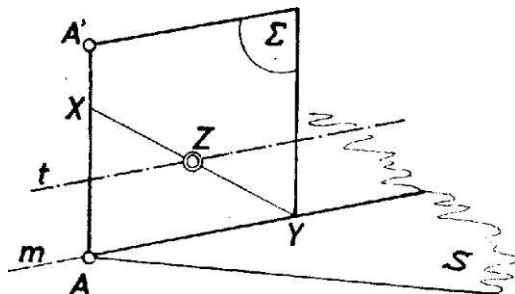


Jelöljük az $ABCD$ síkot S -sel, az XY szakasz felezőpontját Z -vel, a Z -n átmenő, S -sel párhuzamos egyenest t -vel, a t és AA' egyenesek által meghatározott síkot Σ -val. Mivel AA' merőleges S -re, Σ is merőleges rá. Jelöljük még Σ és S metszévonalát m -mel. Ekkor m és t párhuzamosak, és m átmegy az A , Y pontokon. Mivel Σ -ban t felezi az X pontot az m egyenes egyik pontjával, Y -nal összekötő szakaszt, t minden X és m között futó szakaszt felez (vö.: párhuzamos szelők tétele). Emiatt t felezi az AX szakaszt, vagy ha A és X azonosak, akkor t is átmegy rajtuk. Mivel t merőleges AA' -re, előző megállapításunk maga után vonja, hogy ha $(\Sigma$ -ban) X -et tükrözzük t -re, akkor A -t kapjuk. Emiatt $\overline{AZ} = \overline{XZ} = a/2$, vagyis Z rajta van az A középpontú, $a/2$ sugarú G gömbön.



Tegyük fel, hogy S vízszintes, és A' az S fölött van. Ekkor X is és Z is S fölött van, esetleg mindketten benne vannak S -ben. Így G -nek csak az S feletti G_0 fele lehet a keresett mértani hely, G_0 -hoz G -nek S -sel alkotott metszévonalát is hozzáértve.

Ha Z a G_0 tetszőleges pontja, t és Σ legyen ugyanaz, mint eddig, és X az A -nak t -re vonatkozó tükörképe, Y pedig X -nek Z -re vonatkozó tükörképe legyen. Ekkor t és X az S fölött vannak, X rajta van az AA' egyenesen, és $XY = 2XZ = 2AZ = a$, tehát az XY szakasz hossza a . Mivel $AX \leq AZ + ZX = a$, az X pont nem kerülhet az AA' egyenesen A' -n túlra, vagyis az AA' szakaszon is rajta van. Ezzel beláttuk, hogy G_0 a keresett mértani hely.