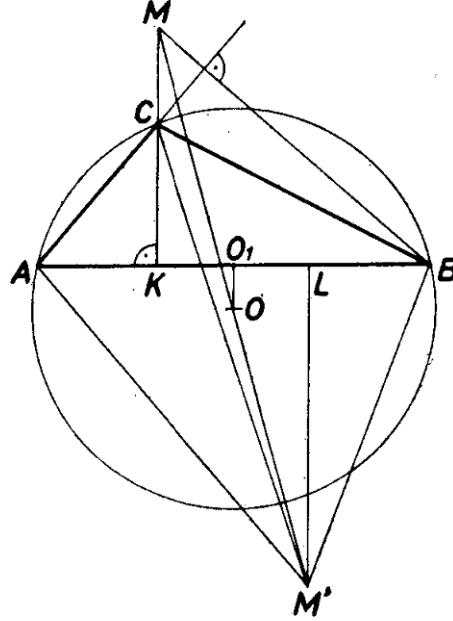


A bizonyítandó állítást az $M'AC$, $M'BC$ háromszögekre felírva

$$M'A^2 + AC^2 + CM'^2 = M'B^2 + BC^2 + CM'^2,$$

elegendő azt belátnunk, hogy

$$(1) \quad M'A^2 + AC^2 = M'B^2 + BC^2.$$



Jelöljük az M , O , M' pontoknak az AB egyenesre eső merőleges vetületét rendre K , O_1 és L -lel. Az ACK , valamint LBM' derékszögű háromszögekben

$$(2) \quad AC^2 = AK^2 + KC^2,$$

ill.

$$M'B^2 = M'L^2 + LB^2.$$

Továbbá az ALM' és BCK háromszögekben

$$(3) \quad M'A^2 = M'L^2 + AL^2;$$

$$BC^2 = KC^2 + KB^2.$$

Adjuk össze a (2) és (3) alatti két-két egyenlőség megfelelő oldalait. Kapjuk, hogy

$$AC^2 + M'A^2 = AK^2 + KC^2 + M'L^2 + AL^2,$$

ill.

$$M'B^2 + BC^2 = M'L^2 + LB^2 + KC^2 + KB^2.$$

Az egyenletek bal oldalain éppen a kívánt (1) összefüggés két oldala áll, s mert O_1 felezi AB -t és $MO = OM'$ miatt $KO_1 = O_1L$, így az $AK = LB$ és $AL = KB$ egyenlőség is fennáll. Emiatt a jobb oldalon álló kifejezések is egyenlők.

Mivel a két háromszöget tetszőlegesen választottuk, az állítás bármely kettőre igaz. Ezzel igazoltuk a feladat állítását.