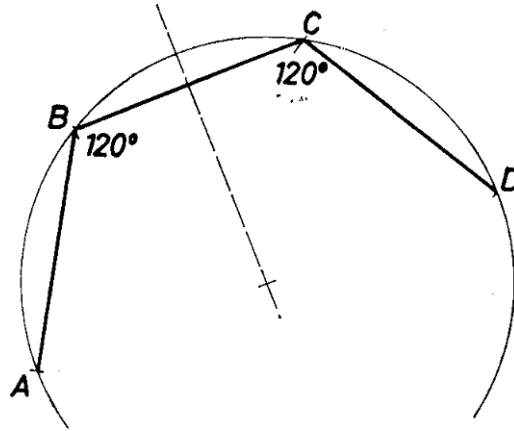


Két esetet különböztethetünk meg:

- a) ha van két szomszédos 120° -os szöge a hétszögnek,
- b) ha nincs.

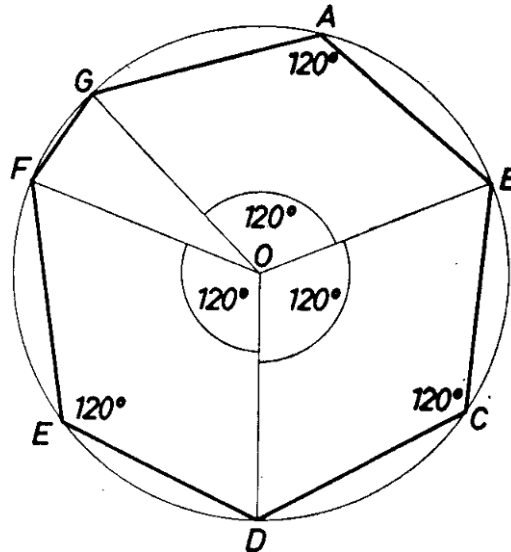
Az a) esetben könnyen beláthatjuk, hogy van két egyenlő oldala a hétszögnek.

Jelöljük BC -vel a hétszögnek azt az oldalát, melyen a 120° -os szögek fekszenek. A jelölje a B -ből kiinduló, D a C -ből kiinduló oldal másik végpontját. Tükrözzük a hétszöget a BC oldalfelező merőlegesére. Ekkor B és C helyet cserél, a kör önmagába megy át, s a szögek egyenlősége miatt BA és CD egyenesek is helyet cserélnek. Így a BA szakasz tükröképe a CD szakasz lesz, tehát ezek a szakaszok egyenlő hosszúak (1. ábra).



1. ábra

A b) esetben bármelyik két 120° -os szög csúcsa között van olyan „elválasztó csúcs, amelyben más a szög nagysága, és a négy ilyen csúcs közül kettő egymásnak is szomszédja. Választhatjuk úgy a betűzést, hogy A , C és E a 120° -os szögek csúcsai, legyen továbbá O a körülírt kör középpontja (2. ábra). Számítsuk ki a kiszemelt csúcsokhoz tartozó 120° -os kerületi szögek középponti szögét. Az a GOB szög, amelyik az A csúcsot nem tartalmazó GB ívhez tartozik, kétszerese a kerületi szögnek, azaz 240° . De akkor a kiegészítő ívhez tartozó középponti szög 120° . Hasonlóan 120° -os a kisebbik BOD , ill. DOF középponti szög. Ezek összege éppen 360° , ami csak úgy lehetséges, ha F egybeesik G -vel, azaz a hétszög hatszög. Vagyis ilyen hétszög nem létezik.



2. ábra