

Definíció szerint $[u] = 2$ ekvivalens a $2 \leq u < 3$ egyenlőtlenséggel, így (1) helyett a

$$(2) \quad 2 \leq \frac{1}{x} [x]^2 < 3$$

egyenlőtlenséget oldjuk meg. Nyilván csak pozitív x -re teljesülhet (2), hiszen $[x]^2$ nem negatív. Ha már tudjuk, hogy x pozitív, szorozhatunk vele anélkül, hogy az egyenlőtlenség iránya megváltozna:

$$2x \leq [x]^2 < 3x.$$

Ismét x pozitív volta miatt gyököt is vonhatunk:

$$(3) \quad \sqrt{2x} \leq [x] < \sqrt{3x}$$

Mivel $[x] \leq x$, az első egyenlőtlenségből $\sqrt{2x} \leq x$, $2 \leq x$ következik. Mivel $[x] > x - 1$, a második egyenlőtlenségből

$$x - 1 < \sqrt{3x}$$

következik. Ez biztosan nem teljesül, ha $x \geq 5$, hiszen ekkor

$$3x \leq (x - 2)x < (x - 1)^2.$$

Így $[x]$ értéke csak 2, 3 vagy 4 lehet. Mivel $x \geq 2$ esetén $\sqrt{2x} \geq 2$, és egyenlőség csak $x = 2$ mellett állhat, ha $[x] = 2$, (3) csak $x = 2$ mellett teljesülhet. Ekkor $\sqrt{3x} > 2$, tehát ez valóban gyök.

Ha $[x] = 3$, (3) miatt $\sqrt{3x} > 3$, $x > 3$, ami kizárja az $x = 3$ értéket. Különben az egész $3 < x < 4$ intervallum megfelelő, hiszen itt $\sqrt{2x} < \sqrt{8} < 3$, és $\sqrt{3x} > 3$. Végül $[x] = 4$ már nem lehet, mert ez $[x] < \sqrt{3x}$ miatt az $x > \frac{16}{3}$ feltételre vezet. Tehát (1) megoldása az $x = 2$ érték és a $3 < x < 4$ intervallum.