

Illesszünk a sakktáblára egy koordináta-rendszert úgy, hogy origója legyen azon a mezőn, amelyről a király indul és tengelyei legyenek párhuzamosak a négyzetrács megfelelő oldalaival. A király minden lépésénél legalább az egyik koordinátája eggyel megváltozik. Megmutatjuk, hogy az $(i; j)$ koordinátájú pontot a király $\max(|i|, |j|)$ lépéssel elérheti, de kevesebb nem. (Itt $\max(|i|, |j|)$ az $|i|$ és $|j|$ számok közül a nagyobbikat jelenti.) Ugyanis ha $|i| > |j|$ akkor lépjen a király $|j|$ -szer úgy, hogy minden lépésnél az első koordinátája eggyel növekedjen, ha $i > 0$, vagy eggyel csökkenjen, ha $i < 0$. A második koordinátája j előjelétől függően ugyanígy változzék. Ezután még tegyen $|i| - |j|$ lépést úgy, hogy az első koordinátája az előző módon változzék, a második pedig változatlan maradjon. Így összesen $|i|$ lépéssel az $(i; j)$ pontba jut. Kevesebb lépéssel nem érheti el ezt a pontot, mert minden lépésnél legfeljebb eggyel változik az első koordinátája. Hasonló a helyzet, ha $|i| < |j|$.

Tehát azok a mezők érhetők el k lépésben, de kevesebb nem, amelyeknek legalább az egyik koordinátájuk k abszolút értékű. Ezek egy $(2k + 1)$ oldalú négyzet oldalán helyezkednek el, és így számuk pontosan $8k$.