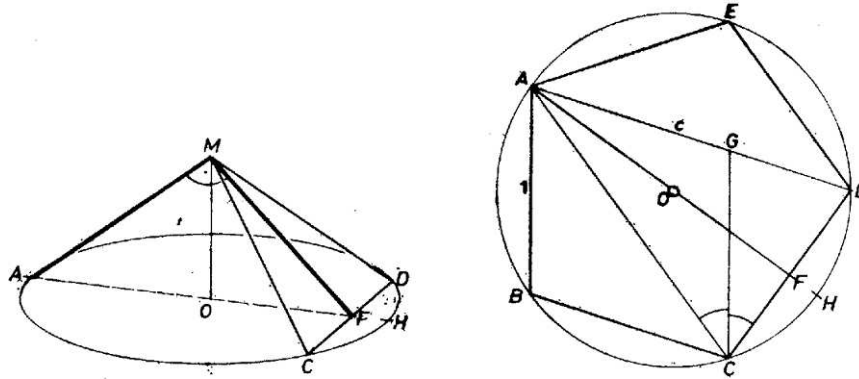


Jelöljük a CD oldal felezőpontját F -fel. Ha AM merőleges a CDM síkra, merőleges a benne levő FM egyenesre is. Megfordítva, ha M -et úgy választjuk meg, hogy az AFM háromszög derékszögű legyen, akkor AM merőleges lesz az egész CDM síkra, hiszen FM -en kívül a CD egyenesre is merőleges. Az AFM háromszög viszont ismert tétel szerint akkor és csak akkor derékszögű M -ben, ha a magassága az átfogó két, általa létrehozott darabjának mértani közepe. Ha tehát O az $ABCDE$ ötszög centruma, akkor a kért magasság $\sqrt{AO \cdot OF}$.



Jelöljük az ACD háromszög C -beli szögfelezőjének a szemközti oldallal alkotott metszéspontját G -vel. Ekkor

$$\angle CDG = \angle DGC = 72^\circ, \quad \angle ACG = \angle CAG = 36^\circ,$$

tehát $AG = GC = CD = 1$, így az AD átló c hosszára az ACD és CDG háromszögek hasonlósága alapján az aránymetszést jelentő

$$c : 1 = 1 : (c - 1)$$

másodfokú egyenletet írhatjuk fel, amiből $c > 1$ miatt $c = (\sqrt{5} + 1)/2$ következik.

Jelöljük másrészt az $ABCDE$ ötszög köré írt kör A -val átellenes pontját H -val, a kör sugarát r -rel, AF hosszát f -fel. Az átfogó darabjaira vonatkozó tételt használva kapjuk, hogy $AH \cdot AF = AD^2$, vagyis $r = c^2/2f$. Pitagorasz tétele alapján $f^2 = c^2 - 1/4$, tehát

$$\begin{aligned} AO \cdot OF &= r(f - r) = \frac{c^2}{2} - \frac{c^4}{4c^2 - 1} = \frac{1}{2} \frac{c^2(2c^2 - 1)}{4c^2 - 1} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{(c + 1)(2c + 1)}{4c + 3} = \frac{1}{2} \frac{5c + 3}{4c + 3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \frac{\sqrt{5} + 1}{2\sqrt{5} + 5} = \frac{3\sqrt{5} + 5}{20}. \end{aligned}$$

(Közben többször felhasználtuk, hogy $c^2 = c + 1$.)

Tehát a kért magasság $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\sqrt{5} + 5}{5}} = 0,76512$.