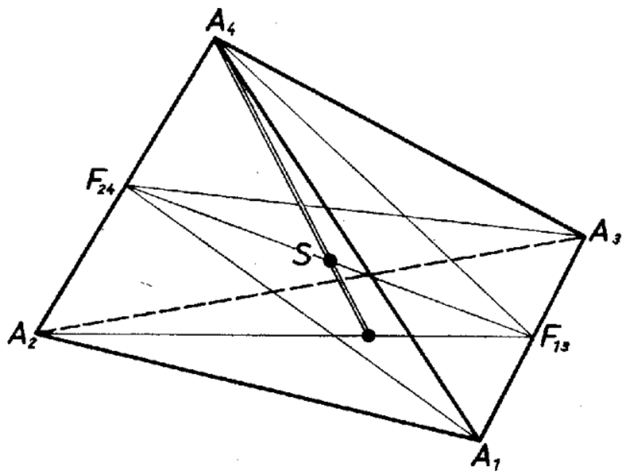
Jelöljük a tetraéder csúcsait A_1, A_2, A_3, A_4-gyel, súlypontját S-sel, az A_1A_3 él felezőpontját F_{13}-mal, az A_2A_4 él felezőpontját F_{24}-gyel. Mint ismeretes, a tetraéder súlyvonalának nevezzük a tetraéder csúcsait a szemközti háromszöglap súlypontjával összekötő egyeneseket. Azt is tudjuk, hogy a tetraéder súlyvonalai egymást a laphoz közelebb eső negyedelőpontjukban metszik, ezt nevezzük a tetraéder súlypontjának. (L. II. o. tankönyv 154. oldal.)



A továbbiakban azt fogjuk igazolni, hogy az általunk felvett síkok mindegyike átmegy a tetraéder súlypontján.

Tekintsük pl. az A_2, A_4, F_{13}, valamint az A_1, A_3, F_{24} pontokon átmenő síkokat. Mivel A_1A_3 és A_2A_4 egyenesek nincsenek egy síkban, azért a síkok nem esnek egybe, tehát van metszésvonaluk, s ez éppen az F_{13}, F_{24} pontokon átmenő egyenes. Az $A_2A_4F_{13}$ sík és az $A_1A_3F_{24}$ sík mindegyike tartalmazza a tetraéder súlypontját, így S a két sík metszésvonalán van; ezzel igazoltuk állításunkat.

Ha a tetraéder súlypontját összekötjük a csúcsaival, az így kapott 4 kis tetraéder térfogata az eredeti térfogat 1/4 része lesz, mivel alaplapja egy tetraéderlap, és magassága a tetraéder megfelelő magasságának 1/4-e. A feladatban szereplő síkok további 6–6 részre osztják ezeket a kis tetraédereket, mivel a síkok átmennek a tetraéder súlypontján és mindegyikük a tetraéder két-két lapját egy-egy súlyvonalban metszi. Így összesen $6 \times 4 = 24$ rész keletkezik. A részek térfogatai mind egyenlők, mert a háromszöget a súlyvonalai 6 egyenlő területű részre osztják, s ezek lesznek a kis tetraéderek alapjai. Így tehát egy rész térfogata a tetraéder térfogatának 1/24-ed része.