

Az (1) egyenlet fennáll, ha az abszolút érték jeleken belüli kifejezések vagy egyenlőek, vagy egymás ellentettjei. Ennek megfelelően a két megvizsgálandó eset:

$$(2) \quad x^2 + y^2 - 4x - 4y + 5 = 2x + 2y - 4,$$

vagyis

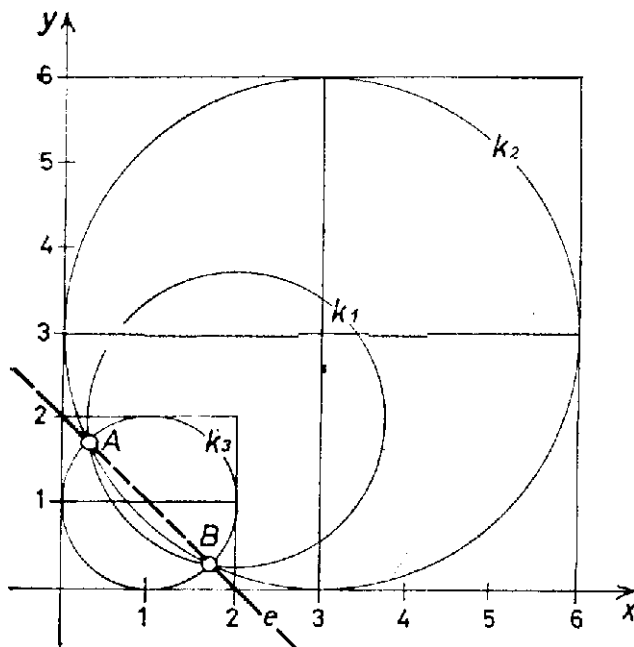
$$(x - 3)^2 + y^2 = 6y$$

illetve

$$(3) \quad x^2 + y^2 - 4x - 4y + 5 = -2x - 2y + 4,$$

vagyis

$$(x - 1)^2 + y^2 = 2y.$$



A (2) és (3) egyenletek bal oldala négyzetszámok összege, tehát nem negatív, így az egyenletek jobb oldalainak értéke sem lehet nullánál kisebb. Emiatt y nem lehet negatív szám.

Ezzel ekvivalens átalakításaink, valamint az (1) egyenlet x -re és y -ra való szimmetriája – tehát x és y felcserélhetősége – miatt a feladat állítását beláttuk.

Megjegyzés. Az (1) egyenlet bal oldala az (x, y) koordináta-rendszer $(2, 2)$ középpontú, $\sqrt{3}$ sugarú k_1 körvonalán, a jobb oldal pedig az $x + y = 2$ egyenletű e egyenesen egyenlő 0-val. (2) a $(3, 3)$ középpontú, 3 sugarú k_2 kör egyenlete, (3) pedig az $(1, 1)$ középpontú, 1 sugarú köré, k_2 és k_3 metszéspontjai (természetesen) azonosak k_1 és e metszéspontjaival. Állításunk geometriai jelentése az, hogy a k_2 , k_3 körök a pozitív sík-negyedben vannak, pontosabban mondva az x , y tengelyek pozitív felével kiegészített pozitív síknegyedben.