

A legkisebb összetett szám a 4, tehát egy 400-nál kisebb szám sem állítható elő száz összetett szám összegeként. Ha $n \geq 400$, az

$$(1) \quad n = 99 \cdot 4 + (n - 396)$$

előállítás megfelelő, ha még az is teljesül, hogy $(n - 396)$ összetett szám. Ez mindig így van, ha n páros, viszont páratlan n -re $(n - 396)$ lehet prímszám is. Ez a helyzet például $n = 401$, és $n = 403$ mellett. Megmutatjuk, hogy a 403 a keresett szám.

A 403 nem állítható elő száz összetett szám összegeként, hiszen egy esetleges előállításban páratlan számra is szükség van. A legkisebb páratlan összetett szám viszont a 9, és mivel a többi 99 szám összege legalább $99 \cdot 4$, így az összeg legalább $9 + 99 \cdot 4 = 405$ volna.

Be kell még látnunk, hogy ha n tetszőleges 403-nál nagyobb egész, akkor előállítható száz összetett szám összegeként. Ha n páros, (1) megfelelő előállítás. Ha n páratlan, egy megfelelő előállítás például

$$(2) \quad n = 98 \cdot 4 + 9 + (n - 401),$$

hiszen itt $(n - 401)$ kettőnél nagyobb páros szám, tehát összetett.

Megjegyzés. Bármilyen egyszerű is feladatunk, a megoldása legalább három lépésből áll:

- meg kell találnunk a keresett számot,
- be kell bizonyítanunk, hogy az nem állítható elő száz összetett szám összegeként, és
- meg kell mutatnunk, hogy minden nála nagyobb előállítható. Ha elmondjuk, hogy a párosak között a 4, a páratlanok között a 9 a legkisebb összetett szám, így száz összetett szám összege legalább 400 általában, és legalább 405, ha páratlan is van köztük, ebben már „minden benne van”, csak nem lehet tudni, miért mondtuk el ezeket, és hogy végül is az állításunk „hogyan jön ki belőle”. Javasoljuk versenyzőinknek, hogy mielőtt leírnák a megoldásukat, készítsenek vázlatot hozzá, rendezzék el az anyagukat. Egy-egy matematikai bizonyítás épp a leírásakor válik véglegessé, szerzője is, bírálói is ezen keresztül tudják lemérni, teljes-e az, és ha nem, mi hiányzik még belőle. Ne szokjuk meg, hogy összekeverjük a magyarázatot és a bizonyítást. A magyarázat a megértéssel ér véget, addig valóban mindent megpróbálunk felhasználni, ami segíthet; egy bizonyítás teljessége viszont nem attól függ, hogy aki végighallgatja, elhiszi-e az állítást. Nagyon gyakori hiba a túlbizonyítás, amikor olyan érveket is belekeverünk a magyarázatba, amire a konkrét állítás igazolásához nincs szükség. Így például a megoldásunkban nem volt szükség annak megmutatására, hogy a 401 nem állítható elő száz összetett szám összegeként. Tulajdonképpen az se tartozik a bizonyításhoz, hogy a 400-nál kisebbek nem állíthatók elő, erre csak azért volt szükségünk, hogy 403-at megtaláljuk.