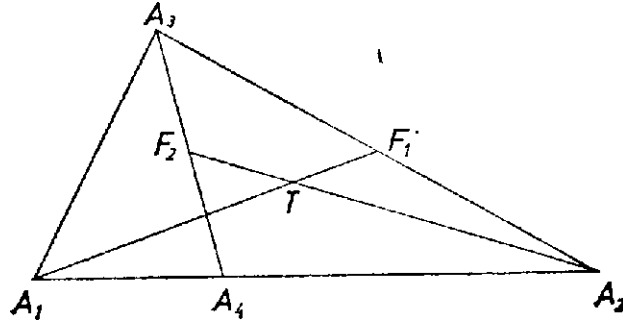


Azt bizonyítjuk be, hogy ha vesszük az  $A_n A_{n+1} A_{n+2} = H_n$  háromszögben és a rákövetkező  $A_{n+1} A_{n+2} A_{n+3} = H_{n+1}$ -ben is a legkisebb indexű csúcsból kiinduló súlyvonalat, ez a két szakasz ugyanolyan arányban osztja egymást egy belső pontjukban. Elég ezt  $n = 1$  esetére belátni. Jelöljük az  $A_2 A_3$  szakasz felezőpontját  $F_1$ -gyel,  $A_3 A_4$  felezőpontját  $F_2$ -vel és az  $A_1 F_1$ ,  $A_2 F_2$  szakaszok közös pontját  $T$ -vel.



Nyilván  $F_1 F_2 \parallel A_1 A_2$  és  $F_1 F_2 = A_2 A_4 / 2 = A_1 A_2 / 3$  (hiszen  $A_2 A_4 = 2 \cdot A_1 A_2 / 3$ ). A  $TA_1 A_2$  és  $TF_1 F_2$  háromszögek hasonlóságából:

$$TA_1 : TF_1 = TA_2 : TF_2 = A_1 A_2 : F_1 F_2 = 3 : 1,$$

tehát  $T$  az  $A_1 F_1$  és  $A_2 F_2$  súlyvonalaknak  $A_1$ -től,  $A_2$ -től távolabbi negyedelő pontja.

Ez a tulajdonság tovább öröklődik az indexeknek egyesével való emelésével az  $A_3 F_3$ ,  $A_4 F_4$ ,  $\dots$ ,  $A_n F_n$  szakaszokra.  $T$  pontunk a felhasznált súlyvonal szakaszok révén egyaránt benne van  $H_1$ -ben és  $H_2$ -ben, tehát minden további  $H_n$ -ben is. Ezzel az állítást bebizonyítottuk