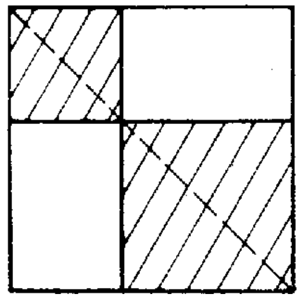
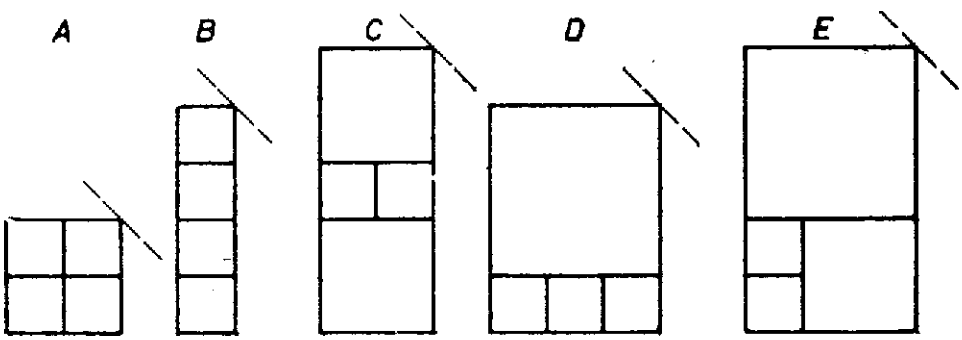
A feladat 8-féle felosztást követel. Ennek még úgy is eleget lehet tenni, ha a falrész valamelyik átlójára szimmetrikus felosztásokra szorítkozunk; sőt még azt is előírhatta volna a fáraó, hogy a tengelynek választott átlót pontosan 2 kisebb négyzet fedje le. Ezek a többletkövetelmények csökkentik ugyan a javasolható megoldások számát, de még marad elég, másrészt így bizonyos egységet vihetünk a keresésbe.

Az első két – majd ezután kiadódó oldalú –négyzetnek egy csúcsa közös (1. ábra).



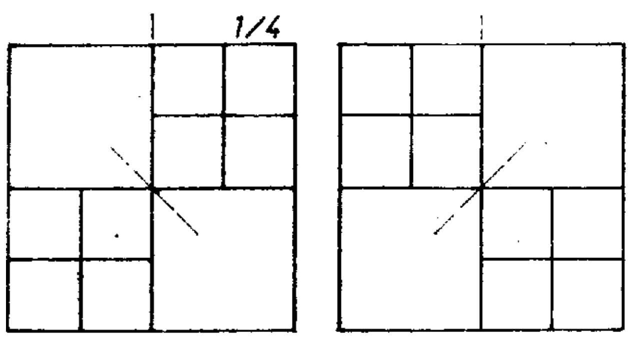
1. ábra

A fennmaradó két egybevágó téglalapot együtt 8, tehát egyenként 4 négyzetre kell bontanunk. Fordítsuk meg a feladatot, és vizsgáljuk: hogyan, hányféleképpen rakhatunk össze 4 négyzetből téglalapot. Erre a 2. ábra 5 lehetőséget mutat: egybevágó négyzetekből kettőt: A és B, két különböző méretűből szintén kettőt: C $(2:2)$ és D $(1:3)$, végül három különböző oldalúból egy lehetőséget (E).

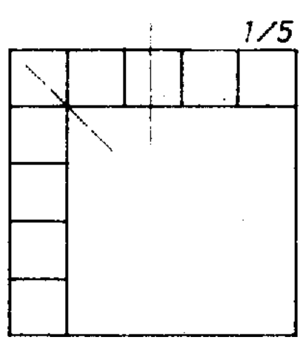


2. ábra

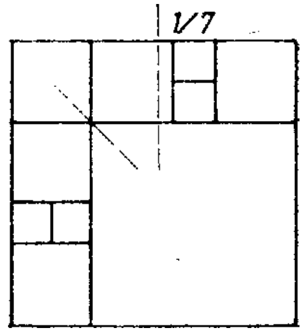
Ha most mindegyik összeállítást tükrözzük a jobb felső csúcsánál levő külső szögek felezőjére, majd a 8 négyzetből álló alakzatot egy négyzetbe foglaljuk bal és jobb szélső, valamint alsó és felső határvonalának meghosszabbításával, máris 5 megoldásunk van (3–7. ábrák bal oldali része).



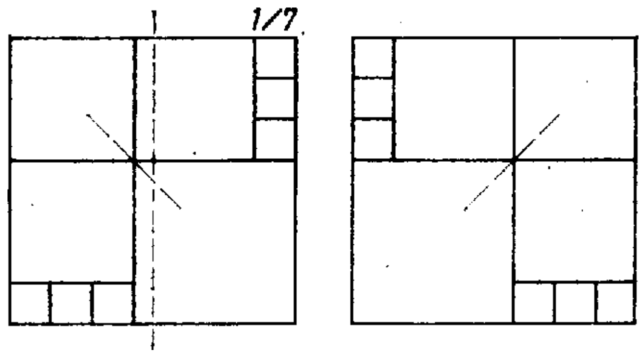
3. ábra



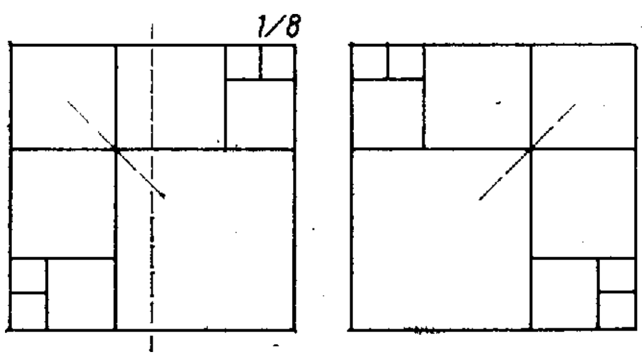
4. ábra



5. ábra



6. ábra



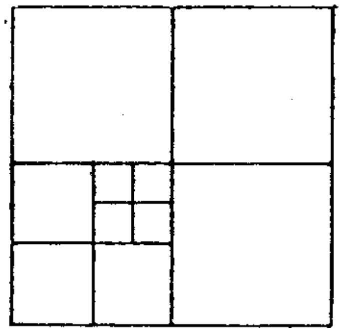
7. ábra

Belátjuk, hogy e felbontásokban nem fordul elő kétszer ugyanaz a kis négyzet. A nagy négyzet oldalait a felhasznált osztó vonalak és meghosszabbításaik az egyes ábrákon rendre az oldal $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, részében metszik, így közös osztóvonalról csak a 3. és a 7. ábrán, valamint az 5. és 6. ábrán lehet szó, de a finomabb összehasonlítás mutatja, hogy közös négyzet ezekben a párokban sincs.

A hátra levő 3 megoldást kiadja a 3., 6, és 7. ábrának a függőleges középvonalra való tükörképe (az illető ábrák jobb oldali része), könnyű látni, hogy az eddigi 8 felbontás együttesen megfelel a fáraó követelményének. (A 4. és 5. ábra tartalmaz tükrösen egybevágó résznégyzeteket.) – Állításunk bizonyítását befejeztük.

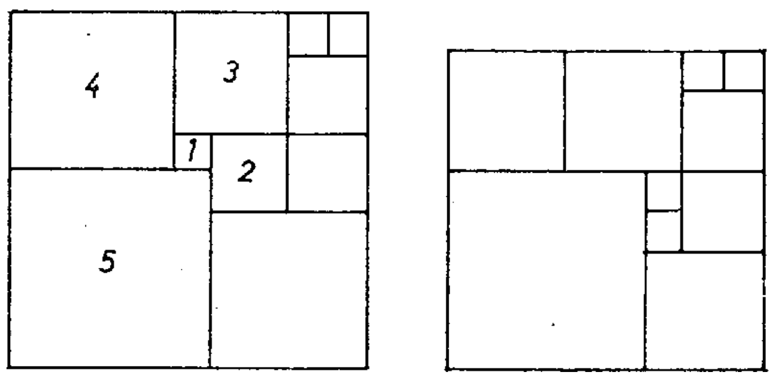
Csapó Ildikó (Sopron, Széchenyi I. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzések. 1. Többféleképpen is kaphatunk további felosztásokat: a) a C ábrán a két kis négyzetet a téglalap szélére toljuk; b) D, E és az új C helyett valamelyik szimmetrikus képüket vesszük; c) feladjuk a két téglalap tengely szimmetrikus kitöltését, d) a 3. ábra helyett a 8. ábrát használjuk;



8. ábra

e) feladjuk az átlónak csak 2 négyzettel való lefedését (9. ábra).



9. ábra

– Hangsúlyozzuk azonban, hogy ez csak előkészítés a feladat teljes megoldásához.

2. Számos hasonló érdekes felosztási problémával foglalkoznak a matematikusok. Az érdeklődőknek ajánljuk *Gallai Tibor* cikkét az Élő matematika I. (Tankönyvkiadó, Budapest, 1968) c. gyűjteményben.

3. Feladatunk konkrét elődje az 1973. évi Arany Dániel kezdők verseny I. fordulójának 7. feladata: Bizonyítsuk be, hogy ha $n > 5$, akkor a négyzet felbontható az oldalaival párhuzamos vágásokkal n darab négyzetre.