

I. megoldás. Legyen A az első csapat legeredményesebb játékosa, vagyis az, aki az első csapatban a legtöbb győzelmet aratta. (Ha több ilyen van, legyen A ezek közül az egyik.) A feltétel szerint A -nak volt veresége, az öt legyőzött versenyzők közül legyen az egyik B . Mivel B megverte A -t, ezért ő csak egy A -tól különböző C -től kaphatott ki.

Mivel A a csapatának legjobb játékosa, van a második csapatban olyan D játékos, akit A megvert, és akitől C kikapott. Ha ugyanis nem lenne ilyen játékos, akkor C több győzelmet aratott volna, mint A , hiszen ő B -t is megverte. Ezzel beláttuk az állításunkat, mert az A , B , C , D játékosok körbeverték egymást.

II. megoldás. Ha tetszőleges játékoson kezdve sorba állítjuk a mérkőzés résztvevőit úgy, hogy mindenki mögé olyan játékos kerüljön, akit megvert, akkor a sor előbb-utóbb körré alakítható, vagyis egyszer csak eljutunk egy olyan játékoshoz, aki valamelyik előtte állót verte meg. Amíg ez nem következik be, nem szakadhat meg a sor, hiszen mindenki legalább egy mérkőzését megnyerte. Tehát találhatók olyan játékosok, akik körbe verték egymást. Egy-egy ilyen csoport csak páros sok játékosból állhat, hiszen benne mind a két csapatból ugyanannyian vannak. Megmutatjuk, hogy a legkisebb ilyen csoport négytagú.

Kétfagú a csoport nyilván nem lehet, ha tehát az állításunk nem volna igaz, volna olyan 4-nél nagyobb N szám, hogy volna N -tagú egymást körbeverő csoport, de N -nél kevesebb tagú nem volna. Vegyünk egy N -tagú körbeverő csoportot, és legyen A ennek tetszőleges tagja, B , C , D pedig rendre, akit A , B , C megvert. Ha D megverte volna A -t, A , B , C , D körbeverő csoport volna. Ha D kikapott volna A -tól, az eredeti N -tagú csoportból elhagyhatnánk B -t és C -t, a csoport körbeverő maradna. Mindkét esetben ellentmondásra vezetett feltevésünk, tehát a minimális tagszámú körbeverő csoport csak négytagú lehet.

Megjegyzések. 1. A második megoldásban csak azt használtuk fel, hogy mindenki győzött legalább egyszer.

2. Belátható az állítás a csapatok létszáma szerinti indukcióval is.