

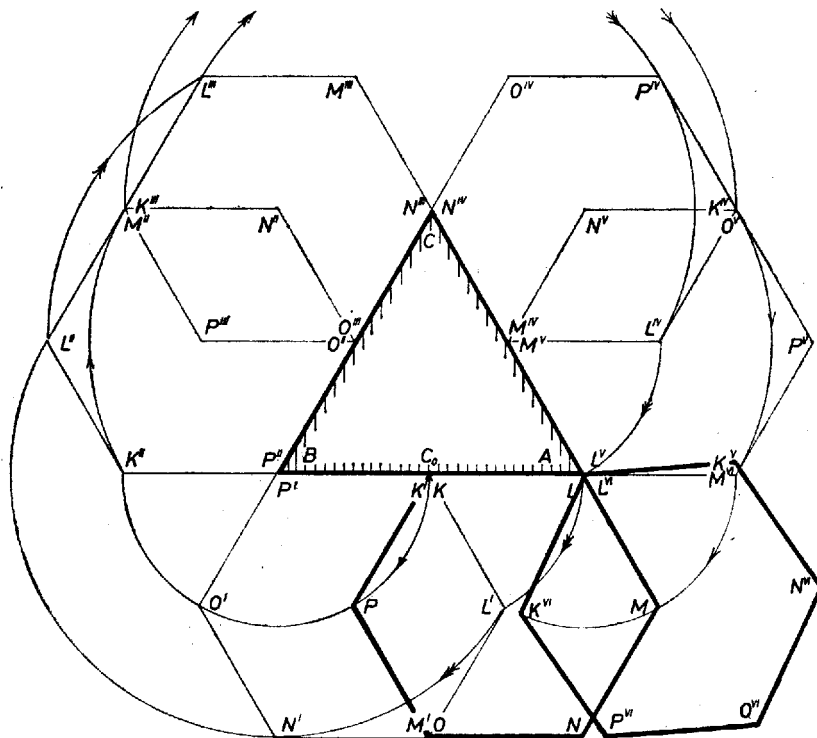
Gördüléskor a hatszöglemez minden csúcsa egy-egy köríven fordul el, kivéve azt a csúcsot, amely körül az elfordulás történik, az ugyanis helyben marad, s ez a kör középpontja. A kör sugara vagy egy hatszögoldal, vagy valamelyik átló. Ezek hossza 1, illetőleg pl. a KMN háromszögből Pithagorász tétel felhasználásával kiszámítható $KN = 2$, $KM = \sqrt{3}$. Az elfordulás szöge vagy 60° vagy 180° .

A forgatást a K csúcs körül a B csúcs irányába kezdjük. Az első fordulat K helyben marad, az általa megtett út 0. Az L csúcs K körül egységsugarú körön fordul el 60° -os szöggel, azaz egyhatod körívvel, ekkor a hatszög P csúcsa B -be jut és így ismét egy oldala illeszkedik a szabályos háromszög egy oldalához. Az L által megtett út $\frac{\pi}{3}$.

A második elfordulásnál a hatszöget P körül 180° -kal kell elforgatni, hogy PO oldal BC -re kerüljön. A K csúcs által megtett út hossza π az L csúcs megtett útja $\sqrt{3}\pi$. És így tovább, az egymás utáni forgatáskor K és L csúcsok által megtett utak hossza a következő:

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
L	$\frac{\pi}{3}$	$\sqrt{3}\pi$	$\frac{2\pi}{3}$	$\sqrt{3}\pi$	$\frac{\pi}{3}$	0
K	0	π	$\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$	2π	$\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$	π

A második forgatás után az L által megtett út nagyobb, mint a K által megtett út, hiszen már $\sqrt{3}\pi > \pi$.



Jelöljük L_5 és K_5 -tel az 5. lépés után megtett utakat és hasonlítsuk össze ezeket:

$$L_5 = \frac{\pi}{3}(1 + 3\sqrt{3} + 2 + 3\sqrt{3} + 1) = \frac{\pi}{3}(4 + 6\sqrt{3}),$$

$$K_5 = \frac{\pi}{3}(3 + \sqrt{3} + 6 + \sqrt{3} + 3) = \frac{\pi}{3}(9 + 2\sqrt{3}).$$

Képezzük az $L_5 - K_5$ különbséget.

$$\frac{\pi}{3}(4 + 6\sqrt{3} - 9 - 2\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}(4\sqrt{3} - 5) > 0$$

mivel $\sqrt{3} > 1,73$, $4\sqrt{3} - 5 > 4 \cdot 1,73 - 5 = 6,92 - 5 > 0$.

Tehát $L_5 > K_5$ még mindig teljesül. Hasonlóan igazolhatjuk, hogy a 3. és 4. lépésben is, L tette meg a nagyobb utat és közben sem lehet a két út egyenlő.

Számítsuk ki most L_6 és K_6 értékét is. L a 6. lépésben helyben marad, azaz

$$L_6 = L_5 = \frac{\pi}{3}(4 + 6\sqrt{3}),$$

$$K_6 = \frac{\pi}{3}(12 + 2\sqrt{3}) \quad \text{és nyilván} \quad K_6 > L_6.$$

Ami azt jelenti, hogy a 6. forgatás kezdete után valamikor lesz a K és L által megtett út egyenlő. Pontosán is meghatározhatjuk K helyzetét, hiszen tudjuk, hogy egy egységsugarú körön mozog, amelynek középpontja az $L = A$ pont, és megtett útja az $L_5 - K_5 = \frac{\pi}{3}(4\sqrt{3} - 5)$ különbséggel egyenlő. Jelöljük K -nak az előfordulási szögét α -val, ekkor

$$\frac{\pi\alpha}{180^\circ} = \frac{\pi}{3}(4\sqrt{3} - 5), \quad \text{ahonnan}$$

$$\alpha = 60^\circ(4\sqrt{3} - 5) \approx 115^\circ 41'.$$

Azaz a K csúcs majdnem a kiindulási hatszög középpontjába kerül, ami felfogható úgy is, hogy a hatszög a kiindulási helyzetből L körül mintegy $64^\circ 19'$ -cel fordult el ellenkező irányba.