

Ha x^7 értéke megegyezik y^8 értékével, akkor az egyenlet alakja $2y^8 = z^9$ lesz. Itt a kettes szorzótényezőt célszerűen kihasználhatjuk, ha a hatványalap kettő, vagy kettőnek hatványa. Ebben az esetben x^7 akkor lesz egyenlő y^8 -nal, ha x 2-nek a $8k$ -ik, y pedig a $7k$ -ik hatványa:

$$(2^{8k})^7 + (2^{7k})^8 = z^9,$$

azaz $2 \cdot 2^{56k} = 2^{56k+1} = z^9$. Ha $56k + 1$ osztható 9-cel, akkor már is találtunk olyan, x , y és z számokat amikre $x^7 + y^8 = z^9$. Ha k -nak kis értékeket adunk, már $k = 4$ -re azt kapjuk, hogy $56 \cdot k + 1 = 225 = 9 \cdot 25$, osztható kilencel:

$$(1) \quad (2^{32})^7 + (2^{28})^8 = (2^{25})^9,$$

azaz $x = 2^{32}$, $y = 2^{28}$, $z = 2^{25}$ megoldása az egyenletnek.

További gyök előállítására érdekében az (1) egyenlet mindkét oldalát megszorozhatjuk ugyanazzal a számmal. Ahhoz viszont, hogy ezt a szorzót az egyes kitevők alá viessük, a szorzót olyan hatványnak kell választanunk, aminek kitevője osztható az egyenletben szereplő kitevőkkel: 7-tel, 8-cal, 9-cel. Szorozzuk tehát (1)-et $n^{7 \cdot 8 \cdot 9}$ -cel:

$$(2) \quad (2^{32} \cdot n^{72})^7 + (2^{28} \cdot n^{63})^8 = (2^{25} \cdot n^{56})^9.$$

Mivel itt n bármilyen pozitív egész szám lehet, az egyenletnek valóban végtelen sok pozitív egész megoldása van.

Bajnai Gabriella (Győr, Révai M. Gimn., I. o. t.)