

$$(1) \quad \frac{x - (b-1)}{1} + \frac{x - (b-2)}{2} + \frac{x - (b-3)}{3} + \dots + \frac{x - (b-n)}{n} = \frac{x-1}{b-1} + \frac{x-2}{b-2} + \frac{x-3}{b-3} + \dots + \frac{x-n}{b-n}.$$

A $b > n$ kikötés miatt (1) jobb oldalán a nevezőben sehol sem áll nulla. Mindkét oldalon n tag szerepel, ha mindegyikből 1-et levonunk, (1) a következőképpen alakul:

$$(2) \quad \frac{x-b}{1} + \frac{x-b}{2} - \dots + \frac{x-b}{n} = \frac{x-b}{b-1} + \frac{x-b}{b-2} + \dots + \frac{x-b}{b-n}.$$

Ebből a felírásból látszik, hogy $x = b$ mindig megoldása (1)-nek. Ezenkívül, ha

$$(3) \quad \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \neq \frac{1}{b-1} + \frac{1}{b-2} + \dots + \frac{1}{b-n}.$$

akkor (1)-nek ezen kívül más megoldása nincs is. Ha viszont (3)-ban egyenlőség áll, akkor (2) és így (1) is minden valós x -re teljesül.

Próbáljuk a (3) feltételt egyszerűbb alakba írni! A $b > n$ feltétel miatt $1/(b-n) \leq 1/1, \dots, 1/(b-1) \leq 1/n$, azaz (3) jobb oldala legfeljebb akkora, mint bal oldala, és egyenlőség csak akkor áll, ha $b-n = 1$, azaz $b = n+1$. Így (3) ekvivalens a

$$(3') \quad b \neq n+1$$

feltétellel.

Ha tehát $b \neq n+1$, akkor (1) egyetlen megoldása $x = b$; ha pedig $b = n+1$, akkor (1)-et minden valós szám kielégíti.