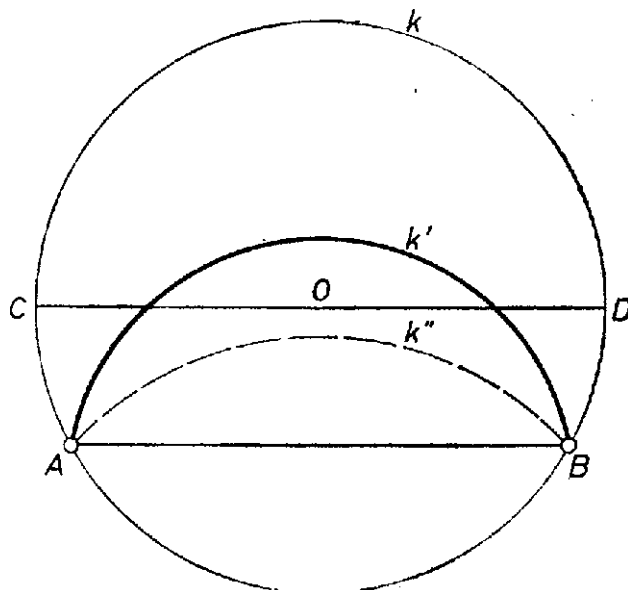


Könnyen belátható, hogy A és B nem lehet egy átmérő két végpontja. Ha ez teljesül, akkor bármilyen AB körív teljes egészében az AB által meghatározott valamelyik félkör belsejében haladna, tehát a területet nem felezhethé, (A felező az átmérő lenne, amely „végtelen sugarú” körívnek tekinthető, de itt ilyen köröket nem értelmezünk.)

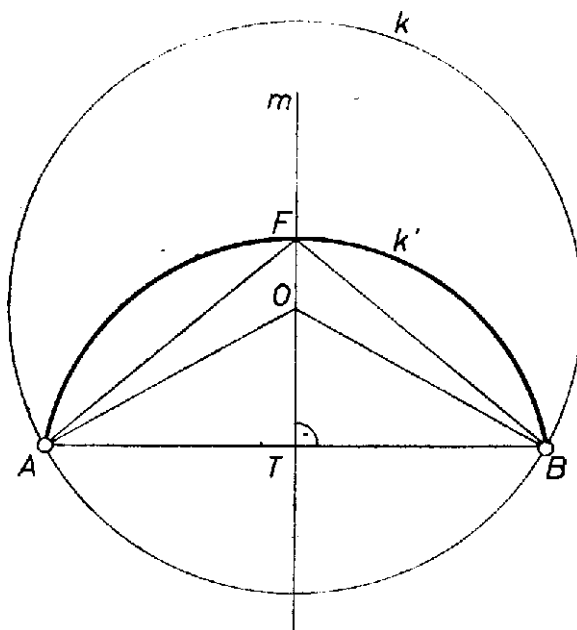
Belátható az is, hogy ha $AB < d$ (d az átmérő), akkor a k kör O középpontja az AB húr és a k' között van.



1. ábra

Tegyük fel ugyanis, hogy ennek az ellenkezője igaz, vagyis k'' ív és az AB húr által határolt tartomány nem tartalmazza O -t. Húzzuk meg az AB -vel párhuzamos CD átmérőt, k'' ekkor teljes egészében az AB -t tartalmazó félkörben halad, vagyis a két AB körszelet területösszege kisebb a CD félkör területénél, tehát k'' nem felezhet.

Húzzuk meg az AB húr m felező merőlegesét, m és k' metszéspontja F , m talppontja AB -n T . ATO derékszögű háromszög, tehát $\angle AOF < 90^\circ$ tompaszög, így az AOF háromszögben a legnagyobb oldal a vele szemben fekvő AF .



2. ábra

A fentiek alapján

$$AF > AO = d/2.$$

Nyilvánvaló, hogy k' ív AF darabja hosszabb az AF egyenes szakasznál, így $\widehat{AF}(k') > AF > d/2$. Mivel az ábra szimmetrikus, $\widehat{AB}(k') > 2 \cdot d/2 = d$.

Érdekes megjegyezni, hogy a bizonyítás arra a határesetre is érvényes, amikor A és B egybeesik, ekkor m az A -beli sugár egyenese, és $\angle AOF = 180^\circ$.