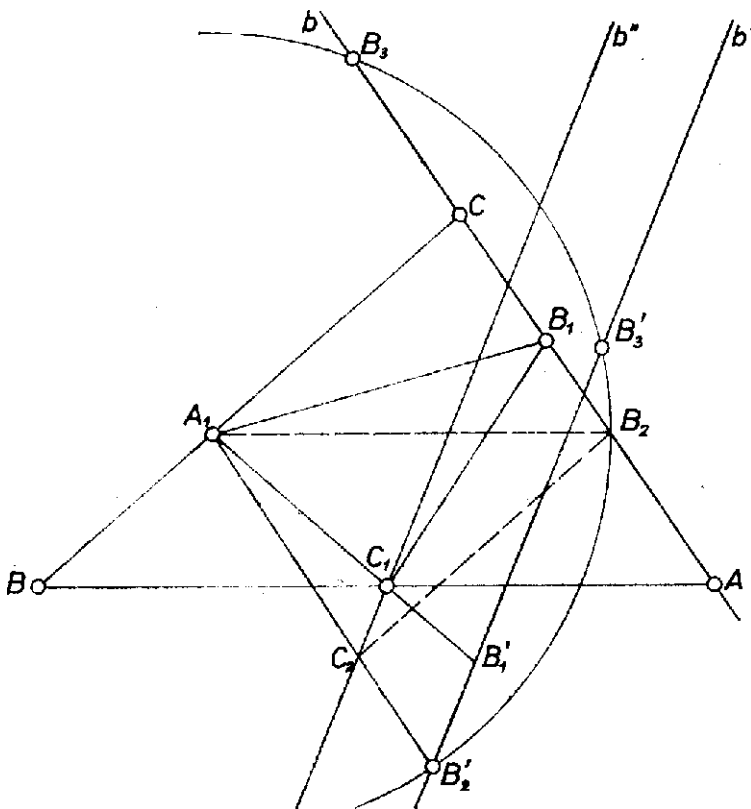


Legyen B_2 az AC egyenes tetszőleges pontja, és keressük meg hozzá azt a C_2 pontot a síkon, amelyre az $A_1B_2C_2$ háromszög hasonló az ABC háromszöghöz, és vele egyező körüljárású, mégpedig úgy, hogy A_1 az A -nak, B_2 a B -nek, C_2 a C -nek felel meg. A hasonlóság miatt:

$$A_1C_2 : A_1B_2 = AC : AB,$$

ha tehát a B_2 pontot előbb elforgatjuk A_1 körül a $B_2A_1C_2 \triangleleft = BAC$ szöggel, majd a kapott B'_2 pontra $AC : AB$ arányú, A_1 centrumú hasonlóságot alkalmazunk, épp a keresett C_2 pontot kapjuk. (Az $AC : AB$ arányú hasonlóság $AB > AC$ esetén AC/AB -szeres kicsinyítést, $AB < AC$ esetén AC/AB -szeres nagyítást jelent, $AB = AC$ mellett pedig az identitás.) Bárhon vesszük is fel B_2 -t az AC egyenesen, a mondott forgatás az egyenes forgatásából származó b' egyenes valamely pontjába viszi, a centrális hasonlóság pedig a b' képeként adódó b'' egyenesre, hiszen ezek a transzformációk egy egyenes pontjaihoz egy egyenesen levő pontokat rendelnek. Megkapjuk b' -t, ha az AC egyenes valamely B_2 -től különböző B_3 pontját is elforgatjuk, b'' pedig az így kapott b' -vel párhuzamosan a már megszerkesztett C_2 -n átmenő egyenes lesz.



Ha a keresett B_1 pontból indultunk volna ki, a forgatás és centrális hasonlóság után kapott C_1 pont nem csak a b'' egyenesen lenne rajta, de az AB egyenesen is, C_1 tehát a b'' és AB egyenesek metszéspontja. Belőle B_1 az eddigi lépések megfordításával kapható meg: előbb $AB : AC$ arányú, A_1 centrumú hasonlósággal meghatározzuk a B'_1 pontot, majd ebből az előbbi forgatással azonos nagyságú, de ellentétes irányú A_1 körüli forgatással kapjuk B_1 -et.

Célszerű a B_2 pontot úgy választani, hogy $A_1B_2 \parallel AB$ teljesüljön, hiszen ekkor $A_1C_2 \parallel AC$ és $B_2C_2 \parallel BC$ alapján C_2 könnyen szerkeszthető. A forgatáshoz pedig használhatjuk az A_1 centrumú, B_2 -n átmenő körnek AC -vel alkotott másik metszéspontját. (Ezt csak akkor nem tehetjük meg, ha a kör érinti AC -t, ekkor viszont $A_1B_2 \perp AC$ miatt b' az $A_1B'_2$ -re B'_2 -ben emelt merőleges lesz.) Miután C_1 megvan, B'_1 mint az A_1C_1 , b' egyenesek metszéspontja adódik, B_1 pedig legegyszerűbben a $B'_2B'_1$ szakasz B_2 -ből való visszamérésével kapható meg.

A kapott $A_1B_1C_1$ háromszög megfelel a követelményeknek, hiszen C_1 az AB egyenesen van, B_1 az AC -n, és $A_1C_1 : A_1B_1 = AC : AB$, $A_1C_1B_1 \sphericalangle = ACB \sphericalangle$ miatt $A_1B_1C_1$ a kívánt módon hasonló ABC -hez.

Mivel két egyenes mindig metszi egymást, hacsak nem párhuzamosak, feladatunknak mindig van megoldása, hacsak b' nem adódik AB -vel párhuzamosnak. Mivel az AB egyenesből b' -t a $BAC \triangleleft$ nagyságú forgatás kétszeri alkalmazásával kapjuk, b' akkor lesz párhuzamos AB -vel, ha a BAC szög 90° -os. Ebben az esetben, ha b'' azonos AB -vel, bármely pontja választható C_1 -nek, különben pedig nincs megoldása a feladatnak. Ha az előbbi esetben C_1 -ként AB felező-pontját választjuk, B_1 az AC , A_1 a BC felezőpontja lehet csak, ha tehát az ABC háromszögben A -nál derékszög van, akkor a feladatnak végtelen sok megoldása van, vagy nincs megoldása aszerint, hogy A_1 felezi-e BC -t vagy sem. Különben, mint láttuk, a feladatnak mindig pontosan egy megoldása van.