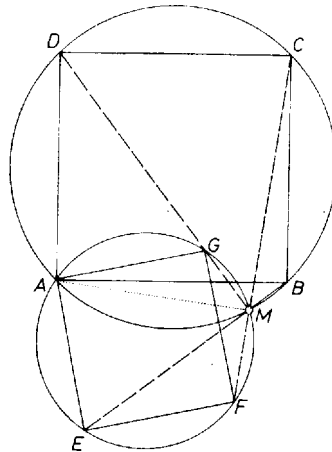


Forgassuk el A körül az ABE háromszöget úgy, hogy B D -be kerüljön. Mivel a négyzetek körüljárása megegyezik, ekkor E G -be kerül, és a BE egyenes DG -be.



Emiatt e két egyenes merőleges egymásra, így biztosan metszik egymást, jelöljük a metszéspontjukat M -mel. M -ból a BD szakasz 90° -os szögben látszik, tehát M rajta van az $ABCD$ négyzet köré írható körön, ami viszont azt jelenti, hogy M -ből AC is 90° -os szög alatt látszik. Hasonlóan kapjuk, hogy M -ből AF is 90° -os szög alatt látszik, tehát AM -re CM is és FM is merőleges, vagyis a C, F, M pontok egy egyenesen vannak.

A feladat állítását ezzel bebizonyítottuk, meg kell még vizsgálnunk azokat az eseteket, amikor a bizonyításban szereplő egyenesek nincsenek egyértelműen meghatározva. Ha B azonos E -vel a két négyzet azonos, ekkor ugyan a feladatban szereplő egyenesek sem meghatározottak, de ha a feladat állítását úgy módosítjuk, hogy megadható három, egymást egy pontban metsző egyenes, melyek rendre átmennek a $B, E; C, F; D, G$ pontokon, e módosítás már igaz lesz ebben az esetben is. Ha M C -vel vagy F -fel azonos, CM vagy FM ugyan nem meghatározott, de a C, F, M pontok nyilvánvalóan egy egyenesen vannak. Ha M A -val azonos, E az AB , G az AD egyenesen van, a két négyzet centrálisan hasonló, és a feladat állítása ismét nyilvánvalóan igaz.

Megjegyzések. 1. Definiálhatjuk M -t az $ABCD, ABEF$ négyzetek köré írható köreinek a metszéspontjaként is, ekkor a kerületi szögek tétele alapján láthatjuk be, hogy AM -mel az $MB, ME; MC, MF; MD, MG$ egyenesek rendre egyenlő szögeket zárnak be.

2. Forgassuk el a CF egyenest A körül pozitív irányban is, negatív irányban is, majd a kapott egyenesekre alkalmazzunk ugyancsak A centrumú $\sqrt{2} : 1$ arányú kicsinyítést. E transzformációkat kétféleképpen hajthatjuk végre: a) merőlegest bocsátunk A -ból CF -re, és a merőleges talppontjában megrajzoljuk a CF -fel 45° -os szöget bezáró egyeneseket; b) alkalmazzuk a C, F pontokra a mondott transzformációkat. Mivel a két eljárás ugyanarra az eredményre vezet, kapjuk, hogy a BE , és DG egyenesek ott metszik CF -t ahova A merőleges vetülete esik.

3. Alkalmazzunk a CF egyenesre A centrumú, $2 : 1$ arányú kicsinyítést, és jelöljük az új egyeneseknek a BE, DG egyenesen levő pontjait K -val, illetve L -l. Mivel BE, DG 45° -os szöget zár be AM -mel, az $AKML$ négyszög négyzet. Ezzel válaszoltunk az 1974. évi országos Középiskolai Tanulmányi Versenyek II. fordulójának matematika II. tagozatú osztályokban szereplő 1. feladatának a kérdésére (KÖMAL 49. 103. oldal). Feladatunk tulajdonképpen ennek a feladatnak az átfogalmazásából származott.