

$$(1) \quad 2\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8, \quad (2) \quad \sqrt{x^3} + \sqrt{y^3} = 40.$$

Az (1) egyenlet  $z = \sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$  változóra a

$$2z + z^2 = 8$$

egyenletet jelenti, amelynek gyökei  $z_1 = -4$ ,  $z_2 = 2$ . Esetünkben az első gyök nem jöhet szóba, mivel  $\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$  nemnegatív. Emiatt (1) ekvivalens a

$$(3) \quad \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$$

egyenlettel. Helyettesítsük az ebből kapott  $\sqrt{y} = 4 - \sqrt{x}$  kifejezést (2)-ben  $\sqrt{y}$  helyére. A kijelölt műveleteket elvégezve kapjuk az

$$x - 4\sqrt{x} + 2 = 0$$

egyenletet. Ebből  $\sqrt{x}$ -re  $2 \pm \sqrt{2}$  adódik, és mivel ezek is, és a belőlük (3) alapján  $\sqrt{y}$ -ra kapott értékek is pozitívak, ezekből az (1)–(2) rendszer gyökei:

$$\begin{array}{ll} \text{a} \quad \sqrt{x} = 2 + \sqrt{2} & \text{értékből} \quad x_1 = 6 + 4\sqrt{2}, \quad y_1 = 6 - 4\sqrt{2}; \\ \text{a} \quad \sqrt{x} = 2 - \sqrt{2} & \text{értékből} \quad x_2 = 6 - 4\sqrt{2}, \quad y_2 = 6 + 4\sqrt{2}. \end{array}$$