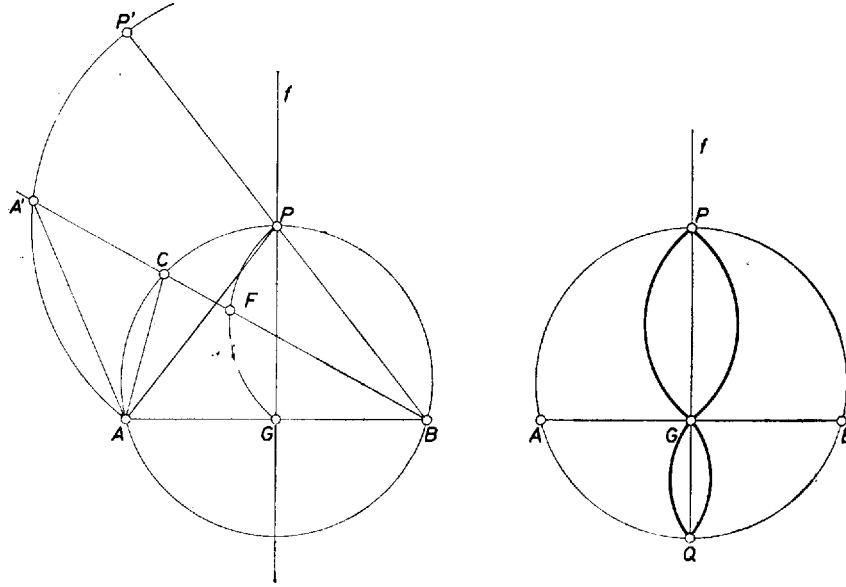


Az AB húr a kört két részre vágja. Vizsgáljuk először az AB ív fölötti pontjait a körnek.

A tengelyes szimmetria miatt elegendő az AB szakasz f felezőmerőlegese által kettévágott kör egyik részét vizsgálni, pl. amelynek pontjaira $AC < CB$, s ekkor $AC + CF = FB$.

Ha C egybeesik az A ponttal, akkor a kívánt tulajdonságú pont az AB szakasz G felezőpontja, ez tehát hozzátartozik a mértani helyhez.



Jelöljük P -vel az f felezőmerőlegesnek és a körnek metszéspontját, mivel $AP = PB$, azért P ugyancsak pontja a mértani helynek.

Legyen C most az AP ívnek egy A -tól és P -től különböző pontja. A BC félegyenesre C -ből B -vel ellentétes irányban mérjük fel a $CA' = CA$ távolságot. $A'CA$ háromszög egyenlő szárú és így $AA'C\angle = \frac{ACB\angle}{2} = \frac{APB\angle}{2} = \frac{\gamma}{2}$, a C pont helyzetétől függetlenül. Amíg C az AB szakasz γ látókörívén végig fut A -tól P -ig, A' az AB szakasz $\frac{\gamma}{2}$ látószögű k_1 körívén halad A -tól P' -ig, ahol P' a B -nek P -re való tükörképe (k_1 és k_2 az ábrán beírandó).

Mivel $A'F = FB = \frac{A'B}{2}$, a k_1 kör B pontból felére kicsinyített megfelelő köríve lesz a keresett mértani hely egy része. Jelöljük ezt a kört k_2 -vel. A k_2 kör középpontja a PB szakasz felezőpontja, sugara $\frac{PB}{2}$, azaz k_2 a PB szakasz fölé írt Thalész-kör.

A keresett mértani hely ennek a Thalész-körnek G és P közé eső azon íve, mely f -nek A -t tartalmazó felére esik.

Ha $AC > CB$, akkor az előzőkhöz hasonlóan az AC félegyenesen C -n túli meghosszabbítására felmérjük CB -t. Most a keresett mértani hely a PA szakasz fölé írt Thalész-körnek G és P közé eső íve, amely az előző k_2 körívnek f -re vonatkozó tükörképe.

Jelöljük f -nek a körrel való második metszéspontját Q -val. Legyen C az AQB tetszőleges pontja, akkor $AQB\angle = ACB\angle = 180^\circ - \gamma$ és a keresett mértani hely az AB fölé írt $\frac{180^\circ - \gamma}{2}$ látószögű körív felére kicsinyített megfelelő íve.

Összegezve eredményeinket, a keresett mértani hely az AP , BP , AQ és BQ szakaszok feletti Thalész-körök megfelelő íveiből áll össze.

Könnyű belátni, hogy a kapott mértani hely bármely pontja eleget tesz a feltételnek. Vegyünk fel pl. az AP Thalész-körívén egy tetszőleges F pontot és keressük meg az AB íven a hozzátartozó C pontot. F -et az A -val összekötő egyenes a $\frac{\gamma}{2}$ látókörből kimetsz egy A' pontot, az AB látókörből egy C pontot. $CA'B$ egyenlő szárú háromszög, melynek C -nél levő külső szöge γ és így

$$A'C + CF = BC + CF = AF.$$