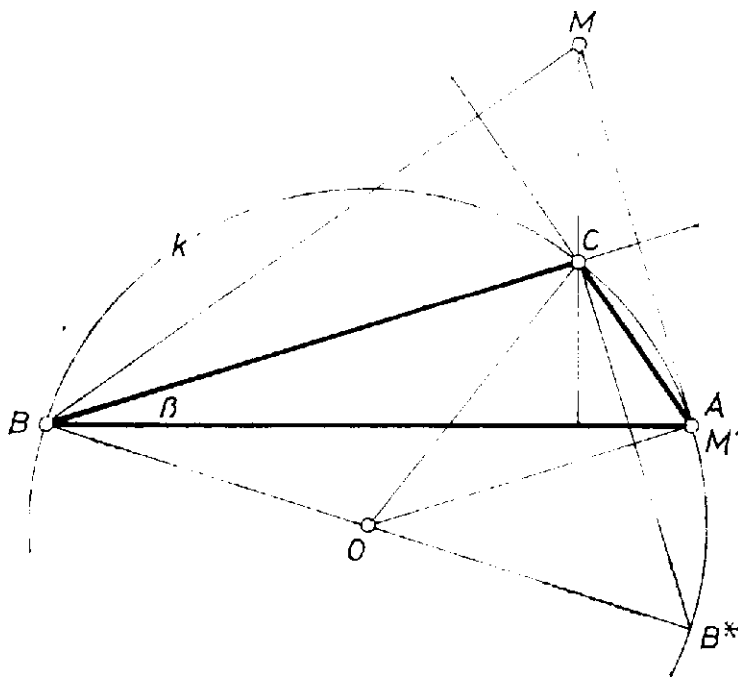


Jelöljük M -nek a BC -re való tükörképét M' -vel, erről azt kell megmutatnunk, hogy azonos A -val. Ismeretes az (I. oszt.) tankönyvből, hogy M' rajta van a háromszög köré írt k körön (és könnyű belátni, hogy az állítás arra az esetre is bizonyítható, ha a háromszög valamelyik szöge – mint feladatunkban az $ACB \sphericalangle = \gamma = 90^\circ + \beta$ – tompaszög), így azt is mondhatjuk, hogy M' az MA magasságegyenes és k közös pontja. Emiatt elég azt belátnunk, hogy A -n felül nincs más közös pontjuk, más szóval, hogy az MA egyenes érinti k -t; vagyis hogy az OA sugár merőleges MA -ra, és így párhuzamos BC -vel.



Legyen k -nak B -vel átellenes pontja B^* , így a BOB^* egyenesszög egyenlő a homorú $BOA \sphericalangle = 2\gamma$ és az $AOB^* \sphericalangle = 2ABB^* \sphericalangle$ szögek különbségével: $180^\circ = 2\gamma - 2ABB^* \sphericalangle$. Így a feladat $180^\circ = 2\gamma - 2\beta$ föltevése szerint $AOB^* \sphericalangle = 2\beta = AOC \sphericalangle$, tehát OA felezi a $COB^* \sphericalangle$ szöget, merőleges a CB^* húrra, ami viszont BC -re merőleges, tehát OA valóban párhuzamos BC -vel. Mint láttuk, ez elegendő a feladat állításának bizonyításához.

Megjegyzés. Könnyű látni, hogy az állítás megfordítása is igaz: ha M -nek BC -re való M' tükörképe azonos A -val (amikor a háromszög szükségképpen tompaszögű, hiszen M a háromszögre nézve külső pont) – azaz MA érinti k -t –, akkor $|\beta - \gamma| = 90^\circ$.