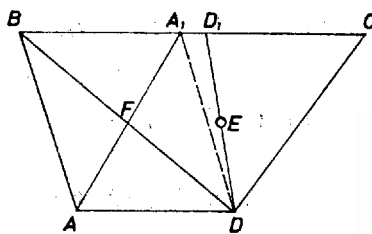


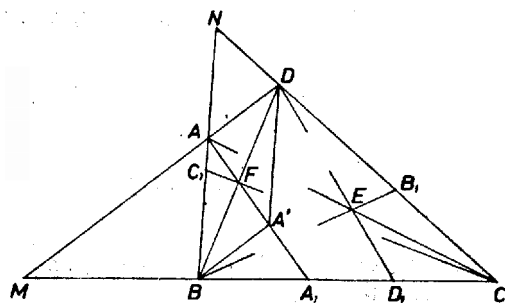
Az állítást először arra az esetre igazoljuk, ha a négyszögnek van párhuzamos oldalpárja.



1. ábra

Legyen  $AD \parallel BC$  és  $AD \leq BC$ , akkor  $BC$  oldal tartalmazza ( $A_1$ -et,  $AD = BC$  esetén  $A_1 \equiv C$ ), és  $\frac{AF}{FA_1} = 1$ , ami  $\leq 1$ .

Ha nincs a négyszögnek párhuzamos oldalpára (2. ábra), akkor  $AB$  és  $CD$  oldalegyenesek metszéspontját jelöljük  $N$ -mel,  $AD$  és  $BC$  oldalegyenesek metszéspontját  $M$ -nel, - és válasszuk a betűzést úgy, hogy  $NA < NB$  és  $MA < MD$  legyen.



2. ábra

$M$  és  $N$  metszéspontok mindegyike valóban létrejön és a négyszög csúcsai közül az  $A$  csúcs van legközelebb az  $MN$  egyeneshez. Tükrözzük az  $A$  csúcsot az  $F$  pontra, s jelöljük a képét  $A'$ -vel, ekkor  $DA' \parallel AB$  és  $A'$  az  $AA_1$  egyenesen van. Elegendő azt belátnunk, hogy  $A'$  a négyszög belsejében van, ami teljesül, ha  $DA'$  félegyenes az  $ADC$  és  $BA'$  félegyenes az  $ABC$  (konvex) szögtartomány belsejében halad, ami igaz, mert  $AD$  és  $BC$  oldalak meghosszabbításai az  $AB$  egyenesnek a négyszöget nem tartalmazó partján metszik egymást, és ugyanígy az  $AB$  és  $CD$  egyenesek meghosszabbítása is.

Az  $\frac{AF}{FA'} = 1$  és  $FA_1 > FA$  miatt  $\frac{AF}{FA'} = 1$ , s ezzel az állítást igazoltuk.

*Megjegyzés.* A megoldók közül többen felismerték, hogy az 1429<sup>1</sup>. gyakorlatból a feladat állítása rögtön következik. Ez ugyanis azt mondja ki, hogy ha egy konvex négyszög mindegyik csúcsát tükrözzük a vele szomszédos átló felezőpontjára, akkor az így kapott négy pont közül van olyan, amelyik a négyszög belsejében vagy kerületén van.

<sup>1</sup> Megoldása megjelent a 46. kötet 69–70. oldal