

Jelöljük a szükséges kézfogások számát S -sel, azoknak a kézfogásoknak a számát pedig, amelyekre nem kerül sor, jelöljük N -nel. Az $(S + N)$ összeg az n ember között elképzelhető összes kézfogás száma. Ha mindenki mindenkivel kezét fog, akkor mindenki $(n - 1)$ -szer fog kezét, az $n(n - 1)$ szorzatban azonban minden kézfogást kétszer számítanánk, tehát a kézfogások száma ennek a szorzatnak a fele:

$$S + N = \frac{1}{2} n(n - 1).$$

Emiatt S keresett legnagyobb szóbjöheto értéket megkapjuk, ha $\frac{1}{2} n(n - 1)$ -ből levonjuk N legkisebb értékét:

$$S_{\max} = \frac{1}{2} n(n - 1) - N_{\min}.$$

Elég tehát azt meghatározunk, hogy ha a társaságban az ismerősök kezét fogják, legalább hány kézfogásra kerül sor. Azok az emberek, akiknek már két ismerősük van, kétszer fogtak kezét. Mivel k ilyen ember van, ez legfeljebb $2k$ kézfogás, ugyanis egy ilyen kézfogást esetleg kétszer is számoltunk – ti. ha mindkét fél a kiemelt k személy közül való –, de 2-nél többször nem; ezért legalább k kézfogásra biztosan sor került, így $N_{\min} = k$.

Valóban előfordulhat, hogy $N_{\min}$ értéke éppen k , ti. ha a „két-ismerősű” emberek együttesét „kettes klub”-nak nevezve, éppen az derül ki, hogy minden egyes klubtagnak mind a két ismerőse ugyancsak klubtag. Ez nyilvánvalóan csak $k \geq 3$ mellett lehetséges. Ha ekkor minden tag egyik-egyik kezével megfogja 2 ismerősének egyik-egyik kezét, akkor a klub egy vagy több körbe áll össze, és mindegyik körben legalább 3 tag áll. Ez a k számú „összefogás” teszi ki az N „nem szükséges” kézfogást, $N_{\min} = k$, és ekkor

$$S_{\max} = \frac{1}{2} n(n - 1) - k.$$

A $k = 2$ esetben a klubon belül vagy 1 „összefogás” lesz vagy egy sem, így $N_{\min} = 2 \cdot 2 - 1 = 3$; a $k = 1$ esetben pedig ennek az egyetlen kiemelt vendégnek a 2 bemutatkozása marad el, és rendre

$$S_{\max} = \frac{1}{2} n(n - 1) - 3, \quad \text{ill.} \quad S_{\max} = \frac{1}{2} n(n - 1) - 2.$$