

Bizonyítsuk be, hogy az

$$K = (a^2 - b^2)(a + b)^4 - (a^5 + b^5)(a - b)$$

kifejezés osztható $L = a^3 - b^3$ -nel.

Mivel az L osztó szorzattá alakítható:

$$L = a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2),$$

ezért az adott kifejezést a tényezőkkel külön-külön fogjuk osztani.

$$K : (a - b) = [(a + b)(a + b)^4 - (a^5 + b^5)].$$

A negyedik hatvány két négyzetreemeléssel vagy beszorzással még könnyen kifejezhető; tovább alakítva

$$K : (a - b) = 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4.$$

A két középső tagot 2–2 egyenlő tagra felbontva, majd 3–3 tagban elvégezve a lehetséges kiemelést kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} (5a^4b + 5a^3b^2 + 5a^2b^3) + (5a^3b^2 + 5a^2b^3 + 5ab^4) &= \\ = 5a^2b(a^2 + ab + b^2) + 5ab^2(a^2 + ab + b^2) &= \\ = 5ab(a + b)(a^2 + ab + b^2). \end{aligned}$$

A kapott kifejezés nyilvánvalóan osztható L második tényezőjével, $(a^2 + ab + b^2)$ -tel, s a hányados $5ab(a + b)$ lesz. Az osztás minden olyan esetben elvégezhető, ha $a \neq b$.