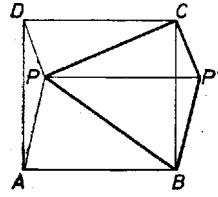


a) Tekintsük először azt az esetet, ha P az $N = ABCD$ négyzet belsejében van, toljuk el P -t az $\overrightarrow{AB}$ vektorral és jelöljük új helyzetét P' -vel (1. ábra).

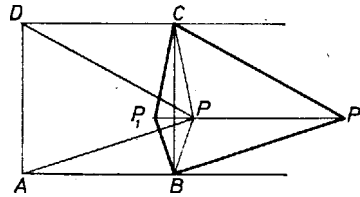


1. ábra

Ekkor a $P'BPC$ négyszög megfelel az előírásoknak: $P'P$ és BC átlói merőlegesek, mert $PP' \parallel AB \perp BC$; konvex, mert átlóinak metszéspontja a BC szakaszon van és elválasztja egymástól P -t és P' -t; végül első oldala PA -val, utolsó oldala PD -vel egyenlő, mert $ABP'P$ és $DCP'P$ paralelogramma.

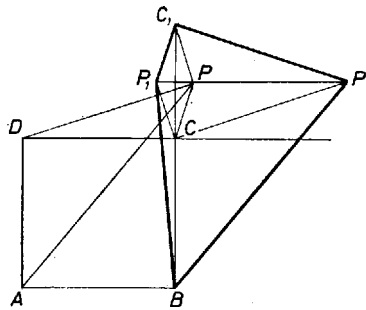
b) Ha P az N -re nézve külső pont, akkor két esetet tekintünk:

1. P a négyzet oldalegyeneseinek meghosszabbításával keletkezett valamelyik sávon belül van (a szimmetria miatt elég azt az esetet tekinteni, ha az AB és CD egyenesek közt, a CB egyenesnek A -t nem tartalmazó partján van);
2. P a sávok egyikében sincs benne (elég azt az esetet tekinteni, ha a BCD derékszög csúcshoz tartományában van).



2. ábra

Az $\overrightarrow{AB}$ vektorú eltolás után keletkező $P'BPC$ négyszög az 1. esetben konkáv, mert BC átlója nem választja szét a PP' átló végpontjait (2. ábra), a 2. esetben hurkolt, mert egyik átló egyenese sem választja szét a másik átló végpontjait (3. ábra).



3. ábra

P' mindkét esetben távolabb van a BC egyenestől, mint maga P .

A 2. esetet visszavezetjük az 1-re: legyen C -nek a PP' egyenesre való tükörképe C_1 , ekkor a $P'BPC_1$ négyszög már csak konkáv. Vegyük most mindkét esetben P -nek a BC egyenesre való P_1 tükörképét, így a $P'BP_1C$, illetve a $P'BP_1C_1$ négyszög konvex, átlóinak irányai AB , illetve BC , és oldalaiuk hossza rendre PA , PB , PC , PD (a tükrözések által nem változott). Ezzel bebizonyítottuk a feladat állítását.