

I. megoldás. A feltétel szerint e párokból alkotott kétjegyű számok összege egyenlő a $100A + 10B + C$ háromjegyű számmal, azaz

$$(1) \quad 22(A + B + C) = 100A + 10B + C,$$

átrendezve és 3-mal végig osztva $26A = 4B + 7C$. Ha B és C helyébe a lehető legnagyobb értéküket, 9-et írjuk, a jobb oldalon álló kifejezés értéke nem nagyobb 99-nél, amiből következik, hogy $A \leq 3$. Az egyenlőségből leolvashatjuk azt is, hogy C páros.

Írjunk C helyébe $2D$ -t, ahol $D \leq 4$, így

$$(2) \quad 13A = 2B + 7D.$$

Vizsgáljuk meg az $A = 1, 2, 3$ eseteket külön-külön. Ha $A = 1$, akkor

$$13 = 2B + 7D,$$

amiből $D = 1, C = 2$, és így $B = 3$, tehát a háromjegyű szám 132.

Ha $A = 2$, akkor $26 = 2B + 7D$, innen D páros, így $D = 2$ lehet csak, ekkor $C = 4, B = 6$, a háromjegyű szám 264.

Végül $A = 3$ esetében $39 = 2B + 7D$. D most csak páratlan lehet és $D \leq 4$. Ámde $D = 1$ nem lehet, mert ekkor $B > 9$, tehát $D = 3$, s ekkor $B = 9, C = 6$.

Tehát a háromjegyű szám: 396.

Összefoglalva, három olyan számot találtunk, amelyek eleget tesznek az előírásnak, s ezek: 132, 264, 396.

II. megoldás. Az (1) egyenletből látható, hogy a háromjegyű szám osztható 22-vel. Vonjunk ki (1) mindkét oldalából $(A + B + C)$ -t

$$21(A + B + C) = 9(11A + B),$$

3-mal végig osztva

$$7(A + B + C) = 3(11A + B).$$

Innen az $(A + B + C)$ osztható 3-mal, de ha a háromjegyű szám jegyeinek összege osztható 3-mal, akkor maga a szám is, és így ABC 66-tal is osztható. Az I. megoldásban már láttuk, hogy $A \leq 3$, így 66 következő többszöröseit kell csak figyelembe venni: 132, 198, 264, 330 és 396.

Könnyű ellenőrizni, hogy 198 és 330 nem felel meg a követelményeknek.

III. megoldás. Az első megoldásban szereplő (2) egyenletet átrendezhetjük a következőképpen:

$$13(A - D) = 2(B - 3D). \quad (D \leq 4)$$

Így $(B - 3D)$ osztható 13-mal, de $0 \leq B \leq 9$ és $0 \leq D \leq 4$ miatt

$$-12 \leq B - 3D \leq 9,$$

tehát $B = 3D$, és így $A = D$, azaz a megoldás jegyei $A, 3A$ és $2A$ alakúak. Azaz $A = 1, 2, 3$ -ra a kapott háromjegyű számok: 132, 264 és 396.