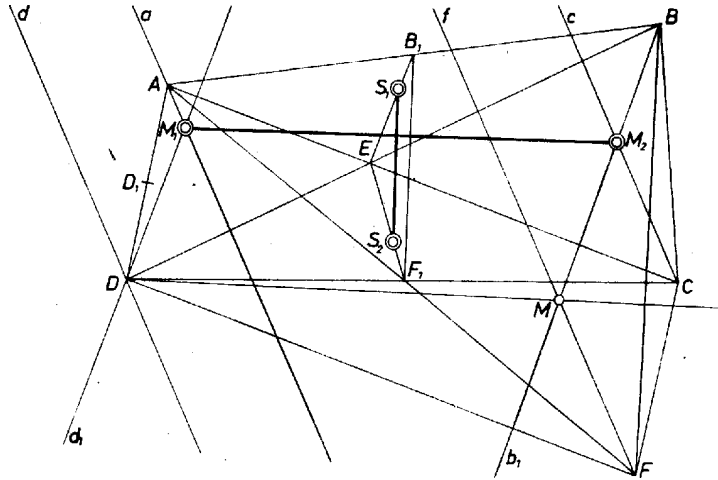


Toljuk el az AC szakaszt úgy, hogy A a D -be kerüljön, C új helyzetét jelöljük F -fel.



Húzzunk az A, C, D, F pontokon át a BD egyenesre merőleges egyeneseket és jelöljük rendre a -val, c -vel, d -vel és f -fel. A B és D pontokon át az AC egyenesre merőlegesen húzott egyeneseket pedig jelöljük b_1 -gyel és d_1 -gyel. Mivel AD és CF párhuzamosak és egyenlők egymással, az a és d párhuzamos egyenesek távolsága egyenlő a c és f távolságával. Emiatt d_1 -nek az a és d közé eső szakasza egyenlő a d_1 -gyel párhuzamos b_1 -nek c és f közé eső szakaszával. Jelöljük a és d_1 metszéspontját M_1 gyel, c és b_1 metszéspontját M_2 vel, f és b_1 metszéspontját M -mel.

Az elmondottak szerint DM_1 párhuzamos és egyenlő MM_2 -vel, tehát $M_1M_2 \parallel DM$. Mivel M_1, M_2, M rendre a DEA, BEC, BDF háromszög magasságpontja (két-két magasságvonaluk metszéspontja), ebből következik, hogy DM – mint a legutóbbi háromszög harmadik magasságvonala – merőleges BF -re. Ezzel bebizonyítottuk, hogy $M_1M_2 \perp BF$.

A BDF háromszöget az A centrumból felére kicsinyítve a $B_1D_1F_1$ háromszöget kapjuk, és az itt fellépő F_1 pont egyben a CD szakasz felezőpontja, hiszen felezi az $ACFD$ paralelogramma másik, AF átlóját. A B_1F_1 szakaszt az E centrumból kétharmadára zsugorítva, új végpontokként az ABE, CDE háromszögek S_1, S_2 súlypontjait kapjuk, és $S_1S_2 \parallel B_1F_1 \parallel BF$, feladatunk állítását ezzel bebizonyítottuk.

Megjegyzés. Akik ismerik a vektorok skaláris szorzatának fogalmát, azok ennek felhasználásával is bizonyíthatják az állítást.