

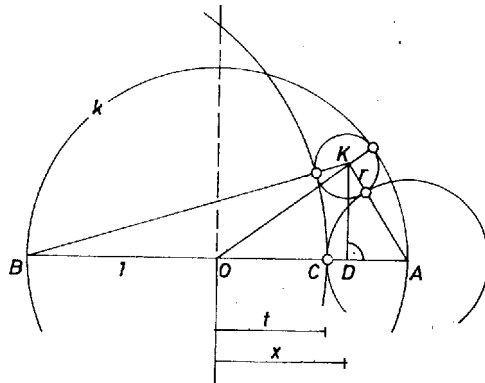
Jelöljük k középpontját O -val, a kérdéses kör középpontját K -val, sugarát r -rel, K -nak AB -n levő vetületét D -vel, az OC távolságot t -vel, OD -t pedig x -szel. Azt kell belátnunk, hogy

$$r \leq 1/4.$$

Az általánosság megszorítása nélkül föltehetjük, hogy C -t az OA szakaszon vagy magában O -ban választjuk, tehát $0 \leq t < 1$. Így az A körüli kör sugara $1 - t$, a B körülié $1 + t$, és az előírt érintések alapján a középpontok közti távolságok:

$$KA = 1 - t + r, \quad KB = 1 + t + r, \quad KO = 1 - r.$$

Megállapodásunk alapján $KA \leq KB$, ezért K – és vele D is – az AB -re O -ban emelt merőlegesnek A -t tartalmazó oldalán van, vagy magán e merőlegesén, így $x \geq 0$, $AD = 1 - x$, $DB = 1 + x$, és a KDA , KDO , valamint a KDO és KDB derékszögű háromszög-párokból:



$$KD^2 = (1 - t + r)^2 - (1 - x)^2 = (1 - r)^2 - x^2,$$

$$KD^2 = (1 + t + r)^2 - (1 + x)^2 = (1 - r)^2 - x^2.$$

E két egyenletet összeadva x kiesik, és a szokásos rendezési lépésekkel

$$r = \frac{1}{4} - \frac{t^2}{4}.$$

A jobb oldali kifejezés valóban nem nagyobb, mint $1/4$, és ezt a legnagyobb értéket fel is veszi $t = 0$ mellett, vagyis ha C -t a kiindulási kör középpontjában választjuk. – Ezzel a feladat állítását bebizonyítottuk.