

a) Átírva az összeadást a szokásos oszlopos sémára, az utolsó két oszlopból

$$\overline{TY} + 2 \cdot \overline{EN} = \overline{TY} + 100s, \quad \overline{EN} = 50s,$$

ahol s a százas oszlopba jutó átvitel; értéke sem kevesebb, sem több nem lehet 1-nél, hiszen $E \neq N$, és így $0 < \overline{EN} < 100$. Ezért $N = 0$, és $E = 5$.

Így az összeg I ezres jegye legalább 1, ezért az ezres oszlopba a százasból jutó e átvitelnek legalább 2-nek kell lennie. De nem is jöhet több, hiszen $\overline{RTY}$ is, $\overline{TEN}$ is kisebb 1000-nél, a hátsó három oszlop összege 3000-nél, tehát $e = 2$, $I = 1$, $O = 9$, továbbá

$$(1) \quad S = F + 1.$$

A százas oszlopban

$$(2) \quad \begin{aligned} 2T + R + s &= 20 + X, \\ 2T + R &= X + 19. \end{aligned}$$

Ezek szerint R és X egyike páros, másika páratlan, és (1) szerint ugyanez áll az F, S párra. Ezekkel és a korábbi három páratlan jeggyel mind az öt páratlan számjegyet felhasználjuk, tehát a további két jegy: T és Y páros.

Továbbá $T, R \leq 8$ és $X \geq 2$, ezért (2)-ből $2T \geq 13$, tehát $T = 8$ és

$$(3) \quad R = X + 3.$$

Ezt a föltételt a még szabad 2, 3, 4, 6, 7 számjegyek közül csak az $R = 6$, $X = 3$ és az $R = 7$, $X = 4$ pár teljesíti, de az első pár mellett nem marad két szomszédos számjegy F és S szerepére (1)-nek megfelelően. Így egyrészt $R = 7$, $X = 4$, másrészt $F = 2$, $S = 3$, ennélfogva utolsóként $Y = 6$, és ez valóban megoldása a feladatnak:

$$\begin{array}{rcccccc} 2 & 9 & 7 & 8 & 6 & \\ & & 8 & 5 & 0 & \\ & & 8 & 5 & 0 & \\ \hline 3 & 1 & 4 & 8 & 6 & \end{array}$$

és más megoldás nincs.

b) Tekintsük a feladatot szorzásnak:

$$\frac{DREI \times 3}{NEUN}$$

és jelöljük a szorzat egyes, a tízes, és a százas számjegyének leírása után adódó „maradékot” rendre e, t, s betűvel. Így

$$(4) \quad 3I = N + 10e, \quad (5) \quad 3E + e = U + 10t, \\ (6) \quad 3R + t = E + 10s, \quad (7) \quad 3D + s = N.$$

Itt $e \leq 2$, mert $3I < 3 \cdot 10$, hasonlóan $t \leq 2$, mert $3 \cdot \overline{EI} < 3 \cdot 100$, és ugyanígy $s \leq 2$. Kivonva (4)-ből (7)-et

$$(8) \quad e + s = 3(I - D - 3e),$$

vagyis $e + s$ osztható 3-mal, tehát értéke 0 vagy 3.

Nem lehet azonban $s = 0$, mert akkor egyszersmind $e = 0$, tehát $I = D$, ami ki van zárva.

α) Próbálkozzunk az $s = 1$ értékkel. Így (8)-ból $e = 2$ és $I = D + 7$. Figyelembe véve (4)-et is, a D, I, N betűhármas céljára a következő számjegyhármasok jönnek szóba:

$$(9) \quad 0, 7, 1; \quad 1, 8, 4; \quad 2, 9, 7.$$

t kiküszöbölése végett adjuk össze (5)-öt és (6)-nak 10-szeresét; rendezés után

$$(10) \quad 30R = 7E + U + 98 < 8 \cdot 9 + 98 = 160,$$

másrészt $30R > 98$; tehát $4 \leq R \leq 5$.

Az $R = 4$ érték kizárja (9) középső hármasát, és

$$7E + U = 22,$$

amiből vagy $E = 2$ és $U = 8$ vagy $E = 3$ és $U = 1$. Az első pár csak az első hármaszt hagyja meg (9)-ből:

$$(T_1) \quad \begin{aligned} D = 0, \quad I = 7, \quad \overline{DREI} &= 0427, \quad \text{és így} \\ NEUN &= 1281, \end{aligned}$$

ami a zérus kezdő számjegyre tekintettel csak tágabb értelemben vett megoldásként fogadható el.

Az $E = 3$ és $U = 1$ pedig csak (9) utolsó hármasát hagyja meg, ez valódi megoldás:

$$(V_1) \quad 2439 \cdot 3 = 7317.$$

Az $R = 5$ érték mellett (10)-ből $7E + U = 52$, amit csak az $U = 3$, $E = 7$ számjegypár teljesít, és (9) középső hármasával ismét valódi megoldást kapunk:

$$(V_2) \quad 1578 \cdot 3 = 4734.$$

β) Hasonlóan $s = 2$ mellett $e = 1$, (4)-ből $4 \leq I \leq 6$, (8)-ből $I = D + 4$, és D, I, N -re két számjegyhármas lehetséges:

$$(11) \quad 0, 4, 2 \quad 2, 6, 8$$

(ugyanis az $I = 5$ érték $I = N$ -re vezet). A (10) megfelelője:

$$30R = 7E + U + 199 > 199, \quad R \geq 7.$$

Az $R = 7$ próbálkozásból $7E + U = 11$, ami csak $E = 1$, $U = 4$ mellett teljesül és (11) második triója újabb valódi megoldást ad:

$$(V_3) \quad 2716 \cdot 3 = 8148.$$

Hasonlóan $R = 8$ -ból $7E + U = 41$, $E = 5$, $U = 6$, és nem valódi megoldás:

$$(T_2) \quad 0854 \cdot 3 = 2562,$$

végül $R = 9$ esetén $7E + U = 71$, ez csak $U = 8$, $E = 9 = R$ mellett teljesülne.

c) Mindezek szerint a német feladatnak három valódi és két tágabb értelemben vett megoldását találtuk. (V_1) – (V_3) , ill. (T_1) , (T_2) alatt, az angol feladatra pedig csak egy megoldás adódott.

Megjegyzések. 1. Az a) részben az (1) kapcsolat ismeretében így is mehetünk tovább. Nem választhatjuk az F , S számpár tagjait a 6, 7, 8 számok közül, mert akkor R és T szerepére ezek közül csak egy maradna, és közülük még a legnagyobb, a 8-as, a szóba jövő következő 4-es számjeggyel a $T = 8$, $R = 4$ választás mellett is csak 20-at ad az $(R + T + T)$ összegre, amiből $s = 1$ miatt $X = 1$ következne, viszont az 1-es már foglalt.

Ezek szerint az F , S számpár tagjai a 2, 3, 4 számjegyek közül valók: vagy $F = 2$, $S = 3$, vagy pedig $F = 3$, $S = 4$. A $(T + T + R)$ összeg legfeljebb $8 + 8 + 7 = 23$, így $s = 1$ miatt X legfeljebb 4, és az előbbi két eset közül az elsőben $X = 4$, a másodikban $X = 2$. Ha $X = 4$, $R + T + T = 23$, tehát $R = 7$, $T = 8$, és Y csak az eddig nem használt 6-os lehet:

$$29786 + 850 + 850 = 31486.$$

Ha $X = 2$, így $R + T + T = 21$, ami nem lehet ($T = 8$ a foglalt $R = 5$ -re, $T = 7$ a T -vel egyenlő $R = 7$ értékre vezet).

2. A feladat b) részében a zérusnak kezdő számjegyként való elfogadása nem indít el olyan tovább ágazó kérdéseket, mint nemrég az 1378. gyakorlat esetében.¹

¹K. M. L. 44 (1972) 119. o.