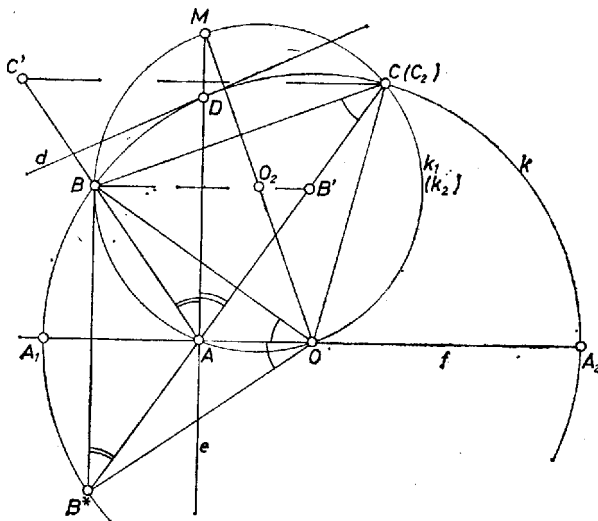


**I. megoldás.**  $C$ -nek  $e$ -re való  $C'$  tükörképe rajta van az  $AB$  félegyenesen. Eszerint  $B$  helyett  $C$ -ből kiindulva  $C$  helyén  $B$ -t kapjuk, és a kérdéses kör  $e$  két esetben azonosnak adódik. Az  $e$  egyenes elválasztja egymástól  $B$ -t és  $C$ -t, ezért elég  $B$ -ként  $k$ -ból annak az ívnek a pontjait tekinteni, amelyek  $e$ -nek  $O$ -t nem tartalmazó partján vannak. Legyen  $B$  a mondott ívnek a végpontjaitól és az  $A_1$  felezőpontjától különböző pontja.

Mivel az  $AB'$ ,  $AB$  egyenesek egymás képei  $e$ -re, ezért egymás képei az  $A$ -n át  $e$ -re merőlegesen álló  $f$  egyenesre is. Ez átmegy  $O$ -n, tengelye a  $k$ -nak, tehát  $AB'$ -nek a  $k$ -n levő,  $C$ -től különböző  $B^*$  pontja a  $B$  tükörképe  $f$ -re.



Tekintsük most  $AB$ -nek  $C$ -ből vett látószögét. Ez azonos a  $BCB^*$  kerületi szöggel, ezért fele a  $BOB^*$  középponti szögnek, így egyenlő az  $A_1OB = AOB$  szöggel,  $AB$ -nek  $O$ -ból vett látószögével, tehát  $O$  rajta van az  $ABC$  háromszög köré írt  $k_1$  körön. (Felhasználtuk azt is, hogy  $O$  ugyanazon a partján van az  $AB$  egyenesnek, mint  $C$ .)

$B$  szerepére a kiválasztott ív  $A_1$  felezőpontját véve,  $C$ -ként a kiegészítő ív  $A_2$  felezőpontja adódik, hiszen  $A_1A_2$  az  $e$ -re merőleges átmérő. Ekkor az  $ABC$  háromszög köré írt „kör” maga az  $f$  egyenes, „végtelen nagy sugarú kör”. Ez  $O$ -n is átmegy, tehát az állítás „tágabb értelemben” igaz erre a helyzetre is. Célszerűbb azonban így kezdeni ennek kimondását: ha  $B$  a mozgása folyamán tetszőlegesen közel jut  $A_1$ -hez, akkor az  $ABC$  háromszög köré írt kör sugara minden határon túl nő.

Ilyen tágabb értelemben igaz az állítás  $k$ -nak  $e$ -n levő  $D$  metszéspontjára is, a kiválasztott ív végpontjára. Ha  $B$  közeledik  $D$ -hez, akkor ugyanez áll  $C$ -re is és a  $BC$  egyenes egyre jobban közeledik  $k$ -nak  $D$ -beli  $d$  érintőjéhez. Továbbmenve, a  $B$ -n és  $C$ -n átmenő  $k_1$  is érinteni fogja  $d$ -t, így  $k_1$  az  $A$ ,  $D$  pontokkal és  $d$ -vel egyértelműen meg van határozva.

$A$ -t az  $O$ -tól különbözőnek tekintettük, hiszen  $A$ -ként  $O$ -t véve, az állítás eleve semmitmondó.

Pálfalvi György (Győr, Révai M. Gimn.)

*Megjegyzések.* 1. Vázolunk egy kissé más megoldást, ugyancsak szögek egyenlősége alapján.  $B^*B$  párhuzamos  $e$ -vel, ezért az  $e$  és  $AC$  egyenesek közti  $CAD$  hegyesszög egyállású a  $CB^*B$  szöggel, az elsőnek mondott szögnek a  $CAB$  szög a kétszerese a tükrözés alapján, a másodiknak pedig a  $COB$  középponti szög.

Itt azt kaptuk tehát, hogy  $BC$ -nek  $A$ -ból és  $O$ -ból vett látószögei egyenlők.

Szőllős László (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.)

2. Ajánljuk az érdeklődő olvasónak a hasonló kérdés megvizsgálását arra az esetre, ha  $A$  a  $k$ -ra nézve külső pont.

**II. megoldás.** Tekintsük az  $ABO$  háromszög köré írt  $k_2$  kört. A feladat állítását azzal bizonyítjuk be, hogy  $C$  rajta van  $k_2$ -n. Jelöljük  $k_2$  középpontját  $O_2$ -vel. Az  $OO_2$  egyenes a  $k$ ,  $k_2$  körök közös centrálisa, ezért  $B$ -nek  $OO_2$ -re vonatkozó  $C_2$  tükörképe rajta van a  $k$ -n is és a  $k_2$ -n is. Thalész tétele alapján az  $e$  és  $OO_2$  egyenesek  $M$  metszéspontja rajta van  $k_2$ -n. Mivel a  $BM$ ,  $MC_2$  ívek egyenlők, azért  $A$ -ból egyenlő szögek alatt látszanak. Eszerint  $AB$ -t  $e$ -re tükrözve az  $AC_2$  egyenest kapjuk, vagyis  $C_2$  azonos  $C$ -vel.