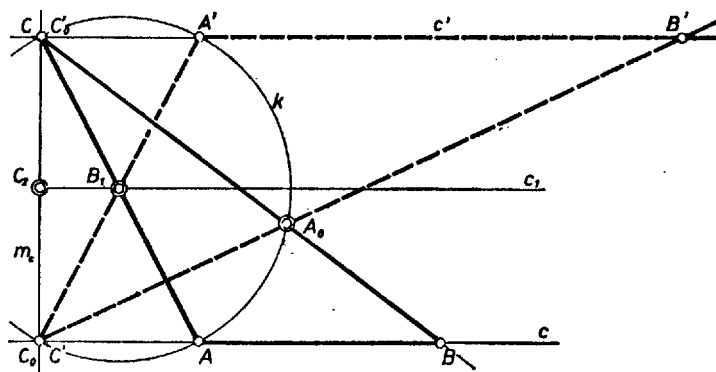


A B_1, C_2 pontok rajta vannak a keresett háromszögnek az AB oldallal párhuzamos c_1 középvonalán, tehát a B_1C_2 egyenesre C_2 -ben állított merőleges a háromszögnek a C csúsból induló m_c magasságegyenese. Ezen lesz rajta C és a magasságnak az AB oldalegyenesen levő C_0 talppontja (1. ábra).



Az A_0 talppont rajta van az AC oldal mint átmérő fölé írt k Thalész-körön, melynek középpontja B_1 . Ebből k megrajzolható, rajta lesznek az A, C csúcsok és a már mondott C_0 talppont.

Mármost m_c és k két metszéspontjának egyikét C , másikát C_0 szerepére megválasztva, C -nek B_1 -re való tükörképe lesz A , a B csúcsot pedig az AC_0 és CA_0 egyenesek metszéspontja adja meg.

Bebizonyítjuk, hogy az ABC háromszög megfelel a követelményeknek. A tükrözés alapján B_1 felezi AC -t; továbbá Thalész tétele szerint $AA_0 \perp BC$ (és A_0 rajta van BC -n); ugyanezért $AB \perp CC_0$, másrészt B_1C_2 merőleges k -nak CC_0 húrjára, tehát C_2 felezi CC_0 -t.

Szerkesztő lépéseink egyértelműek, C és C_0 szerepének megválasztása viszont kétféleképpen lehetséges, így általában 2 megoldása van a feladatnak (az 1. ábrán C, C_0 -ból A és B , a fölcserélt C'_0 és C' -ből A' és B').

Ha azonban C_2 egybeesik B_1 -gyel – ami azt jelenti, hogy a CC_0 magasság azonos a CA oldallal és C_0 azonos A -val, tehát a CAB szögnek 90° -nak kell lennie –, akkor a c_1 és m_c egyenesek iránya nincs meghatározva, de m_c mindenestre átmérője k -nak; így C a k -n tetszés szerint választható, a továbbiakban B meghatározásához AC_0 egyenesként az A -ban CA -ra állított merőleges veendő. Ebben az esetben végtelen sok megoldás van; csak A_0 és k -nak vele átellenes A_0^* pontja nem választható C szerepére, mert $C \equiv A_0$ esetén AB is, CB is merőleges lenne AC -re, ill. $C \equiv A_0^*$ esetén A azonos lenne A_0 -lal, ami valódi háromszögben lehetetlen.

Az m_c egyenes akkor és csak akkor metszi k -t 2 egymástól különböző pontban, ha $B_1A_0 > B_1C_2$, ez tehát szükséges feltétele a megoldhatóságnak. ($B_1A_0 = B_1C_2$ esetén m_c -nek és k -nak csak egy közös pontja van, ami nem lehetne egyszerre C is, C_0 is.) $B_1A_0 \leq B_1C_2$ esetén nincs megoldás. Ebből az is következik, hogy az A_0 pont sem B_1 -gyel, sem C_2 -vel nem eshet egybe. (Előfordulhat az a különlegesség, hogy k és m_c egyik metszéspontja éppen maga az A_0 pont, ilyen esetben persze $A_0C_2B_1 \angle = 90^\circ$. Ez nem teszi érvénytelenné a fent mondottakat, A_0 alkalmas mind a C csúcs, mind a C_0 talppont szerepére; mindkét esetben derékszögű háromszöget kapunk, a derékszög csúcsa C , ill. B .)

Végül a B -t meghatározó AC_0 és CA_0 egyenesek csak akkor nem metszik egymást, ha az A_0CC_0A húrnégyszög téglalap, m_c a k -t az A_0 -lal átellenes A_0^* pontjában metszi (ami már az megindulási helyzetben felismerhető, abból hogy az A_0 -ból B_1C_2 -re bocsátott merőleges átmegy C_2 -nek B_1 -re vonatkozó tükörképén). Ilyen tulajdonságú A_0, B_1, C_2 adott ponthármas esetében ismét nincs megoldás.

Megjegyezzük végül, hogy az ABC háromszög egybevágó lehet $A'B'C'$ -vel, ha A_0 rajta van a B_1C_2 egyenesen, ekkor egymás tükörképei B_1C_2 -re. Azonban ekkor is külön megoldásnak számít mindegyik, mert ha helyzetadatokból indulunk ki, akkor két *különböző helyzetű* megoldás *különbözőnek* tekintendő.