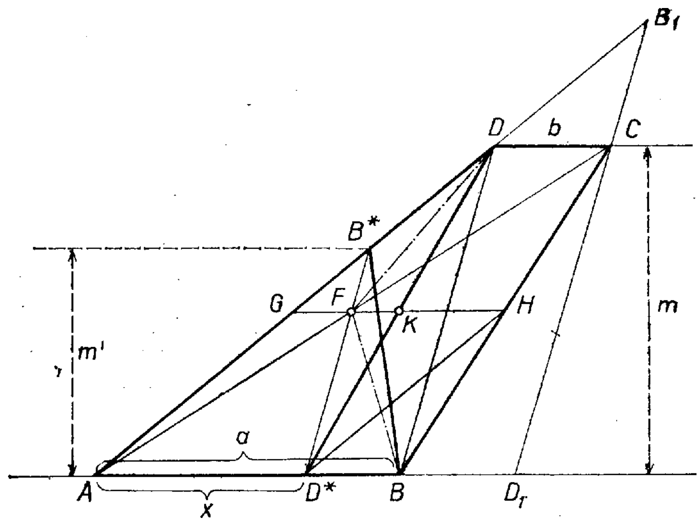
Legyen az adott $ABCD = T$ trapézben $AB \parallel CD$ és $AB > CD$. (Az $AB = CD$ esetet mellőzhetjük, mert akkor nyilvánvalóan az AC, BD átlók adják a keresett területfelezőket.) Így az ABD háromszög területe nagyobb, mint T területének a fele, ezért a keresett szelők közül a B-ből indulónak B^* végpontja az AD száron lesz, a DD^* szelő D^* végpontja pedig az AB alapon.



E két végpontot egy csapásra kimetszi az AC átló F felezőpontján átmenő és a BD átlóval párhuzamos egyenes. Ugyanis az FB szelő felezi az ACB háromszög, FD pedig az ACD háromszög területét, vagyis a BFD töröttvonal a T-t két egyenlő területű részre osztja. F az ABD háromszög belsejében van, mert a két átló metszéspontja közelebb van CD-hez, mint AB-hez, vagyis az FC szakaszon van. Ezért az ABD háromszög területe a BDF háromszög területével nagyobb, mint T területének fele. Másrészt szerkesztésünk folytán mind a BDB^*, mind a BDD^* háromszög területe egyenlő a mondott többlettel (közös a BD alap és a rá merőleges magasság), tehát ezeket az ABD háromszög területéből rendre elvéve, a maradó ABB^*, illetve AD^*D háromszög területe fele a T területének.

Az A-ból és C-ből induló AA^*, ill. CC^* területfelező szelőt ugyanez az eljárás adja, ha benne minden egyes A, B, C, D betű helyére rendre a B, A, D, C betűt írjuk.

Kovács Edit (Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimn., II. o. t.)

Megjegyzések. 1. Vázoljuk a megoldás két, a fentitől nem lényegesen különböző változatát. Első lépésül T-vel egyenlő területű háromszöget szerkesztünk. Messe a BD-vel párhuzamos, a C-n átmenő egyenes AB-t D_1-ben, AD-t B_1-ben. Mind a BDD_1 háromszög, mint a BDB_1 háromszög területe egyenlő a BDC háromszög területével, tehát az AD_1D háromszög és az ABB_1 háromszög területe egyaránt annyi, mint T területe. Így a keresett D^* pont az AD_1 szakasz, B^* pedig az AB_1 szakasz felezőpontja. Ezek az AB, ill. AD szakasz belsejében vannak, mert a BD_1 meghosszabbítás kisebb, mint maga a megtoldott oldal: $BD_1 = DC < AB$, illetőleg.

$$DB_1 = \frac{DC}{AB} \cdot AD < AD.$$

Itt – a fentivel szemben – eggyel több szakaszfelezést végeztünk; vagy ha AD_1 megfelezése után B^*-ot a D^*-on átmenő és a D_1B_1-gyel, azaz BD-vel párhuzamos egyenessel metsszük ki AD-ből, akkor párhuzamos rajzolást végzünk eggyel többször, mint a fenti megoldásban.

D^* megszerkesztésére abból is kiindulhatunk, hogy a $D^*BCD = T_1$ trapéz területe fele akkora, mint T-é, magasságuk viszont egyenlő, ennélfogva T_1-nek a középvonala fele akkora, mint T-é. S mivel BC száruk közös, ezért T_1-nek DD^* szára átmegy a GH középvonal K felezőpontján.

Kihasználhatjuk ezt úgy is, hogy DGD^*H paralelogramma, tehát D^*-ot a H-n át AD-vel párhuzamosan húzott egyenes metszi ki.

2. Ugyanezekhez az eredményekhez számítással is eljuthatunk. Az ábra jelöléseivel egyrészt

$$t_{AD^*D} : t_{ABCD} = 1 : 2\text{-ből} \qquad \frac{xm}{2} = \frac{a+b}{4}m, \quad x = \frac{a+b}{2}.$$

másrészt

$$t_{ABB^*} : t_{ABCD} = 1 : 2\text{-ből} \qquad \frac{am'}{2} = \frac{a+b}{4}m,$$

$$m' : m = \frac{a+b}{2} : a, \qquad \text{azaz} \;\; AB^* : AD = AD^* : AB.$$