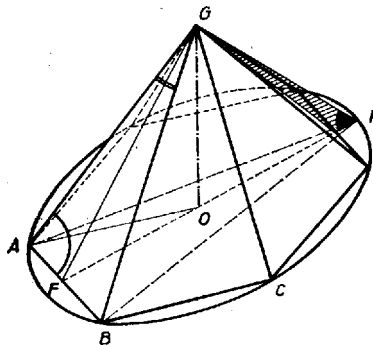


Szükségünk van a gúla alapélének és oldalélének arányára. Legyen a gúla hatélú csúcsa G , egy alapéle AB , a GAB lapra G -ben állított merőlegesnek az alapsíkon levő metszéspontja K , továbbá G -nek az alapsíkon levő vetülete O . A gúla szabályossága folytán alaplapja szabályos hatszög és O ennek a középpontja. A GO tengely körüli 60° -os elfordítás a gúla mindegyik lapját a következő lapba viszi át, ezért a szerkesztett merőlegeket is sorba egymásba, az új hatszöget is önmagába, így O annak is középpontja. A két hatszög egybevágósága alapján $OK = OA$ (1. ábra).

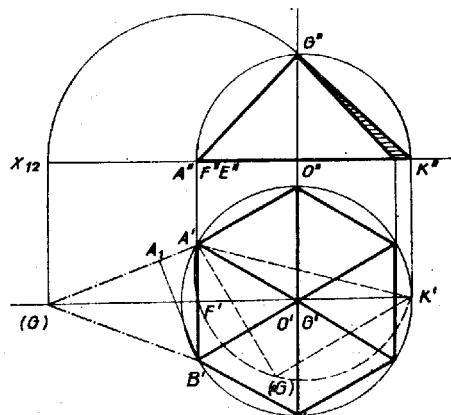


1. ábra

Legyen még az AB él felezőpontja F , ekkor az $S = GOF$ sík az AB él felező merőleges síkja. S -en K is rajta van, mert $GA = GB$ és $KGA \angle = KGB \angle = 90^\circ$ alapján a KGA és KGB háromszögek egybevágók, tehát KA, KB átfogóik egyenlők. És mivel GK a GAB oldallap GF egyenesére is merőleges, azért GKF derékszögű háromszög (2. ábra), és így

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} GAB \angle &= \frac{GF}{AF} = \frac{2\sqrt{FO \cdot FK}}{AB} = \frac{2\sqrt{FO(FO + OA)}}{OA} = \\ &= 2\sqrt{\frac{FO}{OA} \left(\frac{FO}{OA} + 1 \right)} = \sqrt{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 2)} = 2,542, \end{aligned}$$

$GAB \angle = 68^\circ 32'$, és ebből $AGB \angle = 42^\circ 56'$, hiszen, mint ismeretes, $FO/OA = \sqrt{3}/2$.



2. ábra

A 2. ábra két vetületben mutatja a testet, továbbá ABG lapját és AGK metszetét az alapsíkba forgatva.

Komornik Vilmos (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)

Jeney Edit (Elek, Gimn., II. o. t.)

Megjegyzések, 1. Lényegében ugyanígy

$$\sin GAB \angle = \frac{GF}{GA} = \frac{GF}{GK} = \sqrt{\frac{FO \cdot FK}{KO \cdot KF}} = \sqrt{\frac{FO}{KO}} = \sqrt[4]{\frac{3}{4}}.$$

2. Számíthatunk abból is, hogy AKG egyenlő szárú derékszögű háromszög, és átfogója az AKF háromszögben is átfogó, a befogók pedig ismertek.

3. Gúlánkon az oldalélek és az alaplap közti szög egyenlő az oldalélek közti szöggel. Valóban, az oldallap területének kétféle kifejezése alapján, majd az FKG derékszögű háromszögből:

$$\sin AGB \angle = \frac{AA'}{AG} = \frac{BG \cdot AA'}{AG^2} = \frac{AB \cdot FG}{KG^2} = \frac{KO \cdot FG}{KO \cdot KF} = \frac{FG}{KF} = \sin FKG \angle.$$