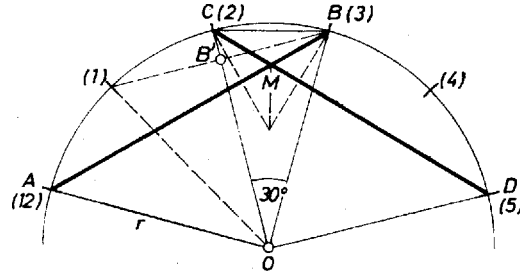


Legyen a két megrajzolt húr AB és CD , metszéspontjuk M , a kör középpontja O , sugara r .



1. ábra

Az AOB és COD körcikkek negyedkörök, így a keletkezett (O -t nem tartalmazó) körszeletek területe (1. ábra):

$$\frac{\pi}{4}r^2 - \frac{1}{2}r^2 = \frac{\pi - 2}{4}r^2 \quad (= 0,2854r^2).$$

A két szelet közös, BCM részét a BC húrral egy szeletre és egy háromszögre osztjuk. A szelet az OBC háromszög területével kisebb, mint az OBC körcikk területe. Az OBC háromszög OC szára r , a rá merőleges BB' magassága $r/2$, hiszen az $OB B'$ háromszög fele egy szabályos háromszögnek (harmadik csúcsa az órászámplap 1-es osztáspontja), a körcikk pedig 12-ed része a körnek, így a BC szelet területe:

$$\frac{\pi}{12}r^2 - \frac{1}{4}r^2 = \frac{\pi - 3}{12}r^2 = (0,0118r^2).$$

A BCM háromszög B -nél és C -nél levő szöge 30° , mert száraik közt a körvonal $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ hatodrészét látjuk. Ezért az M -nél levő szöge 120° , tehát a háromszöget M körül kétszer egymás után 120° -kal elfordítva, BC oldalú szabályos háromszöget kapunk. Ebben

$$BC^2 = BB'^2 + CB'^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 + \left(r - \frac{\sqrt{3}}{2}r\right)^2 = (2 - \sqrt{3})r^2,$$

így a BCM háromszög, majd a felosztás BMC határvonalú részének területe

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}BC^2 = \frac{2\sqrt{3} - 3}{12}r^2, \quad t_1 = \frac{\pi + 2\sqrt{3} - 6}{12}r^2 (= 0,0505r^2).$$

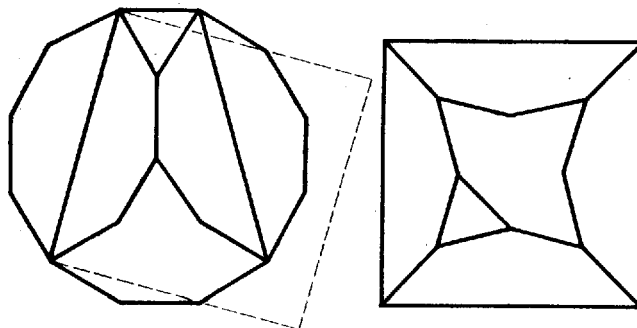
Ennek alapján a felosztás AMC és BMD határvonalú része egyenként

$$t_2 = \frac{\pi - 2}{4}r^2 - \frac{\pi + 2\sqrt{3} - 6}{12}r^2 = \frac{\pi - \sqrt{3}}{6}r^2 (= 0,2349r^2),$$

végül a DMA rész mint maradék

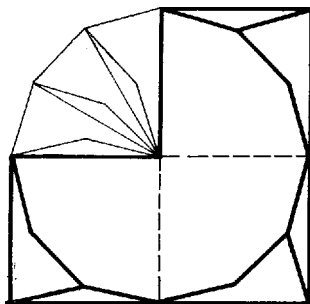
$$t_3 = \frac{7\pi + 2\sqrt{3} - 6}{12}r^2 (= 2,6213r^2).$$

Megjegyzés. Az OBC háromszög területéből adódik az a jól ismert eredmény, hogy az r sugarú körbe írt szabályos 12-szög területe $3r^2$, vagyis egyenlő egy $\sqrt{3}r$ oldalú négyzet területével. Ezt annak kapcsán említjük meg, hogy nemrég láttuk ennek szép átdarabolásos bizonyítását a 2. ábra szerint a Zágrábban megjelenő Matematičko-Fizički List 1972. őszi számában (23. kötet 1. szám).



2. ábra

Az OBC háromszög felosztása emlékeztet az átdarabolás Kürschák-féle megoldására is (3. ábra).



3. ábra

Egy további megoldás látható *Rátz László* Matematikai Gyakorlókönyvének II. részében (Franklin Társulat kiadása, Budapest, 1905), melynek átdolgozott kiadása: *Tolnai Jenő*: Érdekes matematikai gyakorló feladatok II. (Tankönyvkiadó, Budapest, 1971), 51. feladat a 72. oldalon.