

Megoldás. 1. A választ két lépésben adjuk meg, előkészítésül azokat a lehetőségeket soroljuk föl, ahogyan a 8 gyümölcsöt 4 egyforma tányérra rendezhetjük, mindegyikre 2 db gyümölcsöt téve. Mondjuk ki rendezési elvnek, hogy a tányérokat egymás után rakjuk tele, és ha ennek során a folytatásra több módot látunk, akkor ezeket úgy soroljuk egymás után, hogy előbb abból a gyümölcsből teszünk a soron következő tányérra, amelyikből éppen a legkevesebb van; ha pedig több gyümölcsfajta ilyen, akkor kezdő betűik rendjében haladunk. A gyümölcsöket kezdő betűjükkel jelöljük.

Az első tányér megtöltési lehetőségei:

$\alpha)$ $a, b,$ $\beta)$ $a, sz,$ $\gamma)$ $a, k,$

és az $\alpha)$ esetben az első két tányéron a következő 2 helyzetet hozhatjuk létre:

$\alpha_1)$ $a, b,$ $b, sz;$ $\alpha_2)$ $a, b,$ $b, k.$

Az előbbi helyzet egyértelműen az alábbi táblázat (I) elrendezésére vezet, az utóbbit viszont kétféleképpen fejezhetjük be, mert k -ból és sz -ből egyaránt 2–2 db van hátra: az utolsó két tányér mindegyikére vagy csak egyféle gyümölcsöt téve, vagy vegyesen: (II) és (III). (Egyszerűség kedvéért egy-egy betűpár tagjai közé tovább nem teszünk vesszőt.)

A $\beta)$ elindulás folytatásait (I)–(III)-ból a b, sz betűk fölcserélésével kapjuk, hiszen a készletbeli létszámuk egyenlő, ezek a (IV)–(VI) elrendezések, amazoktól nyilvánvalóan különbözők, és mivel az első három különböző, azért az utóbbi három is az.

Elveinket $\gamma)$ -ra alkalmazva a (VII)–(XI) tányérbetöltéseket kapjuk.

(I) $ab, bsz, szk, kk;$	(IV) $asz, szb, bk, kk;$	(VII) $ak, bb, kk, szsz;$
(II) $ab, bk, kk, szsz;$	(V) $asz, szk, kk, bb;$	(VIII) $ak, bb, ksz, ksz;$
(III) $ab, bk, ksz, ksz;$	(VI) $asz, szk, kb, kb;$	(IX) $ak, bk, bk, szsz;$
		(X) $ak, bk, bsz, ksz;$
		(XI) $ak, bsz, bsz, kk.$

2. Az (I), (II), (IV), (V), (VII) és (X) elrendezésekben nincs két egyformán megrakott tányér, a többi ötben 2 – 2 egyformán megrakott tányér fölcserélése nem vehető észre. Az előbbi 6 elrendezésben az első tányérhoz (adaghoz) 4-féleképpen választhatjuk meg, melyik lánynak adjuk, a második tányérhoz a maradó lányok közül 3-, a harmadikhoz 2-féleképpen választhatjuk a gazdáját, a negyedik tányért pedig egyértelműen az kapja, akinek még nem adtunk. Így mind a 6 esetből $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ kiosztásmódot kapunk, együtt 144-et.

A további 5 elrendezésben is elgondolva az iménti 24–24 kiosztásmódot, ezek párosával egyező eredményt adnak, azaz csak 12 különböző, hiszen pl. ha (III) szerint a 3. tányért Cilinek, a 4.-et Dórának adtuk, nem változik a kiosztás, ha e két (megkülönböztethetetlen) adagot fölcseréljük köztük.

Eszerint a 2–2 egyező adagot tartalmazó 5 elrendezés $5 \cdot 12 = 60$ kiosztásmódot ad, és a feladat kérdésére a válasz: $144 + 60 = 204$ különböző kiosztás lehetséges.

Megjegyzések. 1. Egy más elindulás az (I)–(XI) elrendezések összeállítására: a 3 db körte vagy 2, vagy 3 különböző tányérba kerül. Az előbbi változatban a tovább osztandó darabszámok 1, 2, 1, 2, fenti elvünkkel $ak, bb, szsz$ (VII), ak, bsz, bsz (XI); $ab, bk, szsz$ (II); ab, bsz, ksz (I); és $(b, sz$ cserével) asz, ksz, bb (V); asz, kb, szb (IV); adódnak. A második változatban a még üres tányérra az 1, 2, 0, 2 készletből 5-féleképpen választhatunk: ab (III); asz (VI); bb (VIII); bsz (X); $szsz$ (IX), a maradó 3 gyümölcsöt pedig tetszés szerint tehetjük egyesével az 1–1 körték révén még egyenrangú (meg nem különböztetett) tányérokra.

2. Rendszerezhetünk aszerint is, hogy 3, 2, 1 vagy 0 olyan adagot készítünk, amelyben csak egyféle gyümölcs van; a csoportokba 1, 2, 5 és 3 elrendezés jut.