

I. megoldás. A bal oldalon a zárójeleket felbontva számos tag kiesik, a maradók pedig újabb zárójelezéssel így alakíthatók:

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2.$$

Ez valóban nem lehet negatív, mert mind a három tagja pozitív vagy 0. Egyenlőség akkor és csak akkor teljesül, ha mind a három különbség 0, más szóval, ha $a = b = c$.

II. megoldás. A fenti kifejtés után a bal oldal fele:

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca.$$

Tekintsük ebben a -t és b -t állandónak, c -t változónak és keressük meg az így adódó

$$(1) \quad c^2 - (a+b)c + (a^2 + b^2 - ab)$$

másodfokú függvény 0-helyeit, más szóval a

$$c^2 - (a+b)c + (a^2 + b^2 - ab) = 0$$

egyenlet gyökei. A diszkrimináns,

$$(a^2 + 2ab + b^2) - 4(a^2 + b^2 - ab) = -3(a-b)^2,$$

csak $a = b$ esetén nem negatív, csak ekkor vannak gyökök. Ekkor viszont a két gyök egyenlő, közös értékük:

$$\frac{a+b}{2} = a = b,$$

és mivel (1)-ben c^2 együtthatója pozitív, a függvény mindenütt pozitív, kivéve a $c = a = b$ helyen, ahol 0 az értéke. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.