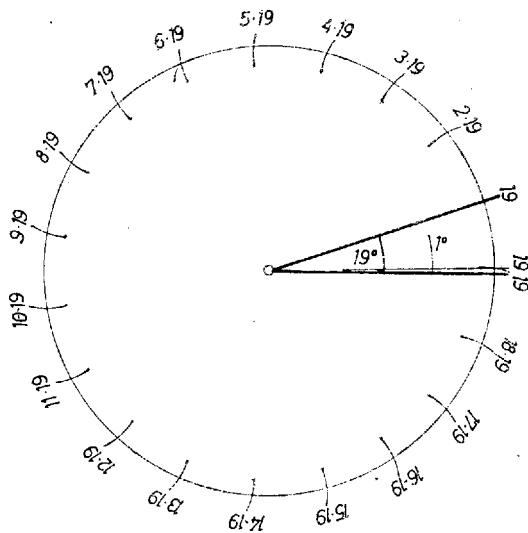


1. A jelölt a beszélgetésben nem hibázott. Megmutatjuk, hogy első két vállalása teljesíthető, harmadik válasza pedig azért helyes, mert a 18° -os szög 1° -os részekre osztását nem is lehet elvégezni kizárólag körző és vonalzó használatával. Ezt is indokolni fogjuk. A jelölt felvétele tehát azon múlt, hogy tudta-e teljesíteni vállalásait, ill. amennyiben ezt kérdezték, tudta-e indokolni harmadik állítását.

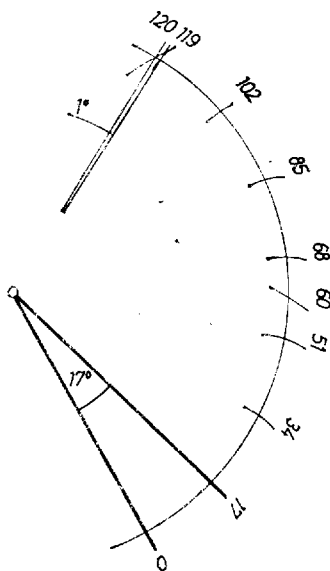
2. Az első két vállalás esetében elegendő egy 1° -os szöget előállítani. Ez sokféleképpen lehetséges.

A 19° esetében ez elvégezhető úgy, hogy a szög csúcsa körül kört írunk és erre még 18-szor fölmérjük a 19° -os szög szárai közti ívet, ekkor $19^2 = 360 + 1$ miatt valóban 1° -os szöget kapunk (1. ábra).



1. ábra

A 17° -os szög esetében mérjük rá a csúcsa körül írt körre még 6-szor a szárai közti ívet, másrészt kétszer a kör sugarát. Ekkor a keletkező osztópontokhoz vezető egyenesek szöge $120^\circ - 7 \cdot 17^\circ = 1^\circ$ (2. ábra).



2. ábra

3. A 18° -os szög felosztása 1° -os részekre egyértelmű lenne a szabályos 360-szög megszerkesztésével. Azonban Gauss megmutatta, hogy $n = 2^k p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_m$ oldalú szabályos sokszög (ahol k nem negatív egész, a $p_i - k$ páratlan prímek) akkor és csak akkor szerkeszthető körzővel, vonalzóval, ha a $p_i - k$ csupa különböző $2^r + 1$ alakú prímek. Eszerint a $360 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ oldalú szabályos sokszög nem szerkeszthető, mert az oldalszám osztható a 3 páratlan prim négyzetével.

Fejes Gábor (Miskolc, Földes F. Gimn., II. o. t.)

Smohay Ferenc (Székesfehérvár, Teleki Blanka Gimn., II. o. t.)

Megjegyzések. 1. Vázolunk néhányat a megoldásokban talált további szerkesztési lehetőségek közül. Rövidítésül csak azt adjuk meg, hogy egy, a szögünk csúcsa köré írt körön mely középponti szög szárának metszéspontját jelöljük ki, a szög egyik szárától mérve.

Elég volna ismerni 2° -ot is. Ezzel 0° -ból indulva a páros sorszámú, 19° -ból, ill. 17° -ból visszafelé indulva a páratlan sorszámú osztásvonalakat kapjuk. Mármost kiadódik a 2° a könnyen szerkeszthető 30° és $2 \cdot 19 = 38^\circ$ közti 8° -os szög kétszeri felezésével. Vagy – mivel a felezés nehézkes – haladhatunk a következő osztópontok kijelölésével is: 30° , 38° (köztük 8°), visszafelé 22° , 14° , 6° , másrészt 0° -ból előre a 8° , így $8^\circ - 6^\circ = 2^\circ$. Hasonlóan $2 \cdot 17^\circ - 30^\circ$ fele 2° .

Megtakaríthatjuk a 30° előállításához szükséges felezést így is: 0° , 19° , 38° , 57° , 60° (köztük 3°); ezzel 3° , 6° , 9° , 12° , 15° , 18° , végül a $19^\circ - 18^\circ = 1^\circ$ -os ívvel egy-egy körző-beszúrással 3° -ból 2° és 4° , 6° -ból 5° és 7° stb.

Hasonlóan használható a 135° ($= 3 \cdot 45^\circ$) és 15° vagy 75° is (ezekhez két-két felezés szükséges) és akkor $135^\circ - 7 \cdot 19^\circ = 2^\circ$, ill. $19^\circ - 15^\circ = 4^\circ$, $4 \cdot 19^\circ - 75^\circ = 1^\circ$.

Számosan a még több szerkesztési lépéssel kiadódó 18° -ot használták fel (18° a szabályos ötszög oldalához tartozó középponti szög negyede, ill. a szabályos 10-szöggoldal középponti szögének fele).

Továbbiak: a 17° -os szög esetében

0° , 17° ; 60° , 30° , 15° , innen a 17° -ig 2° .

0° , 17° 34° , 51° ; 60° , $60^\circ - 51^\circ$ alapján 9° és vagy $17^\circ - 9^\circ = 8^\circ$, vagy $2 \cdot 9^\circ - 17^\circ = 1^\circ$.

0° , 17° , 34° , 51° , 85° ; 90° , az utóbbi 2-ből 5° , majd $17^\circ - 3 \cdot 5^\circ = 2^\circ$.

2. Az első két és a 3. kérdés válasza közti látszólagos ellentmondás feloldása a következő: mind a 17° -os, mind a 19° -os szög megadása kiterjesztette az eukleidészi szerkesztéssel elvégezhető feladatok körét, mert eukleidészi módon egyik szög sem szerkeszthető meg; viszont a 18° -os szög megadása nem segítség, mert olyasmit nyújt, amit magunk is meg tudnánk szerkeszteni a megengedett módon.

Pataki Béla (Budapest, I. István Gimn., II. o. t.)