

Azt fogjuk megmutatni, hogy egyrészt valamilyen dátumra helyes az öröknaptár, másrészt hogy bármely két szomszédos nap dátumára, a hétnek helyes sorrendben következő egymás utáni napjait adja meg. Ebből már következik, hogy a Gergely-naptár minden dátumára helyesen adja, hogy az a hét melyik napjára esik.

1970. márc. 1. vasárnap volt. Képletünk erre a dátumra az

$$1970 + 3 + 1 + \left\lfloor \frac{8 \cdot 4}{5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1970}{4} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1970}{100} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1970}{400} \right\rfloor = 2457 = 351 \cdot 7 + 0$$

értéket adja, ami az öröknaptár szerint is vasárnapot jelent.

Ha két egymás utáni nap ugyanabban a hónapban van, akkor dátumukban csak n különbözik, a későbbi napon 1-gyel nagyobb. Az (1) képletben n egyedül a harmadik tagban szerepel, így az összeg is a két nap közül a későbbire 1-gyel nagyobb, tehát ugyanez áll a 7-tel való osztás maradékára, kivéve, ha ez a maradék a korábbi napra 6, ekkor a későbbi napra 0, ami (2) szerint szombat utáni napra vasárnapot ad.

Ha 30 napos hónap utolsó napjáról a következő hónap első napjára térünk, akkor ϵ nem változik, h nő 1-gyel, n csökken 29-cel. Így (1)-ben az első 3 tag összege $28 = 4 \cdot 7$ -tel csökken, ami a 7-tel osztás maradékán nem változtat. Az utolsó 3 tag változatlan, a $8(h+1)/5$ érték április, június, szeptember, ill. november 30-ról lépve a következő hónap 1-ére, rendre a

$$\begin{array}{cccc} 40/5=8 & 56/5=11,2 & 80/5=16 & 96/5=19,2 \\ \text{értékről a} & 48/5=9,6 & 64/5=12,8 & 88/5=17,6 & 104/5=20,8 \end{array}$$

értékre változik. Az egész rész mindegyik esetben 1-gyel nő, így az (1) érték ebben az esetben is helyesen adja a napok egymásutánját.

Ha 31 napos hónapról lépünk a következőbe, akkor (1) első, továbbá utolsó három tagja változatlan. A második és harmadik $+1 - 30$ -cal változik, tehát 29-cel csökken. $8(h+1)/5$ értéke a két egymás utáni napon március, május, július, augusztus, október, december és január hónap végén rendre

$$32/5 = 6,4, \quad 48/5 = 9,6, \quad 64/5 = 12,8, \quad 72/5 = 14,4, \quad 88/5 = 17,6, \quad 104/5 = 20,8, \quad 112/5 = 22,4,$$

a következő napon pedig

$$40/5 = 8, \quad 56/5 = 11,2, \quad 72/5 = 14,4, \quad 80/5 = 16, \quad 96/5 = 19,2, \quad 112/5 = 22,4, \quad 120/5 = 24.$$

Eszerint az egész rész mindegyik esetben 2-vel nő, az (1) kifejezés értéke tehát a következő napra térve 27-tel csökken, ami a 7-tel való osztás maradékának 1-gyel való növekedését, ill. 6-ról 0-ra változását jelenti ez esetben is.

Vizsgáljuk végül február utolsó napjának és a rá következő március 1-ének esetét. Megállapodásunk szerint ϵ is megváltozik. Ekkor külön kell választanunk a közönséges és a szökőévek esetét és az utóbbin belül is a századfordulókat a többi évektől.

Közönséges évek azok, amelyekben március évszáma nem osztható 4-gyel, továbbá amelyekben 100-zal osztható, de 400-zal nem. (Megállapodásunk szerint február évszámának az előző évét kell venni.) Mindkét esetben $8(h+1)/5$ értéke $120/5=24$ -ről $32/5=6,4$ -re változik, tehát egész része 18-cal csökken; $\epsilon+h+n$ pedig $1 - 11 - 27$ -tel változik, tehát 37-tel csökken, az első négy tag összege tehát 55-tel.

Ha március évszáma nem osztható 4-gyel, akkor február és március ugyanabban a században van, így nem léptük át sem 100-nak, még kevésbé 400-nak egy egész többszörösét, tehát az utolsó két tag nem változik. Az $[\epsilon/4]$ tag akkor változnék, ha az ϵ megnövekedett értéke érné el 4 egy egész többszörösét, ami esetünkben nem áll fenn. Ha tehát ϵ nem osztható 4-gyel, akkor március 1-re lépve (1) 55-tel csökken, s így a 7-tel való osztás maradéka ismét úgy változik, mint az előző esetekben.

Ha március évszáma osztható 100-zal, de 400-zal nem, akkor az utolsó tag szintén nem változik, az előző kettő viszont 1-gyel nő, ill. 1-gyel csökken, tehát az (1) érték ekkor is 55-tel csökken.

Szökőév esetén az n szám 29-ről csökken 1-re, így az első három tag összege 56-tal csökken, ami a 7-tel való osztás maradékát nem változtatja. Ekkor március évszáma osztható 4-gyel és vagy nem osztható 100-zal, vagy 400-zal is osztható, $[\epsilon/4]$ értéke március évszámára 1-gyel nagyobb, mint a februárhoz megállapodásunk szerint tartozó évszámra. Ha március évszáma nem osztható 100-zal, akkor az utolsó két tag mindegyike a két évszámra ugyanazt az értéket adja, ha pedig március évszáma osztható 400-zal, akkor $[\epsilon/100]$ és $[\epsilon/400]$ is 1-gyel nagyobb március évszámára, mint a februárhoz tartozóra, így (1)-ben az utolsó két tag összege ebben az esetben sem változik. (1) értéke tehát az utolsó esetben is a kívánt módon változik.

Dombi Péter (Pécs, Nagy Lajos Gimn., II. o. t.)

Major Imre (Budapest, I. István Gimn., II. o. t.)