

A bal oldal tényezői egész számok, így közülük kettőnek abszolút értéke 1, a hátramaradóé p , előjel szempontjából pedig vagy két tényező negatív (azaz 1 pozitív) vagy mind a három pozitív. p abszolút értékűnek a 3 tényező mindegyikét választhatjuk, ugyanígy az egyetlen pozitív tényező szerepére is, így a bal oldal 3 olyan értékrendszerből adódhat ki, melyben mindhárom tényező pozitív, továbbá $3 \cdot 3 = 9$ olyanból, melyben két tényező negatív. Az egymás utáni zárójeles kifejezéseket rendre A, B, C betűvel jelölve a 12 értékrendszer a következő:

$$\begin{array}{cccc|cccc|cccc}
 & \text{I.} & \text{II.} & \text{III.} & \text{IV.} & \text{V.} & \text{VI.} & \text{VII.} & \text{VIII.} & \text{IX.} & \text{X.} & \text{XI.} & \text{XII.} \\
 A & p & p & -p & -p & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\
 B & 1 & -1 & 1 & -1 & p & -p & p & -p & 1 & -1 & 1 & -1 \\
 C & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & p & -p & -p & p \\
 & \underbrace{\hspace{10em}}_{p \neq 2} & & & & & & & & \underbrace{\hspace{10em}}_{p \neq 2} & & &
 \end{array}$$

Mármost a

$$3x + y + z = A, \quad x + 2y + z = B, \quad x + y + z = C$$

rendszer megoldása egyértelműen

$$(1) \quad x = \frac{A - C}{2}, \quad y = B - C, \quad z = 2C - B - \frac{A - C}{2}$$

(hiszen a 3. egyenletet az első kettőből levonva mindkétszer egyszerűsítő egyenletet kapunk). Itt y mindenestre egész, x és z pedig akkor és csak akkor, ha A és C megegyező párosságúak. Ez mindig teljesül, ha p páratlan, ha pedig $p = 2$, akkor csak a fenti V.–VIII. esetekben, amikor ti. $|B| = 2$.

Így $p = 2$ esetén 4 számhármassal elégíti ki (1)-et, minden más prímszám esetén 12, ezeket a táblázat értékrendszereinek (1)-be való behelyettesítésével írhatjuk fel.

Móri Tamás (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., II. o. t.)