

I. Először a két szélső, valamint a két belső tényező szorzatát képezve, majd az első szorzatot z -vel jelölve

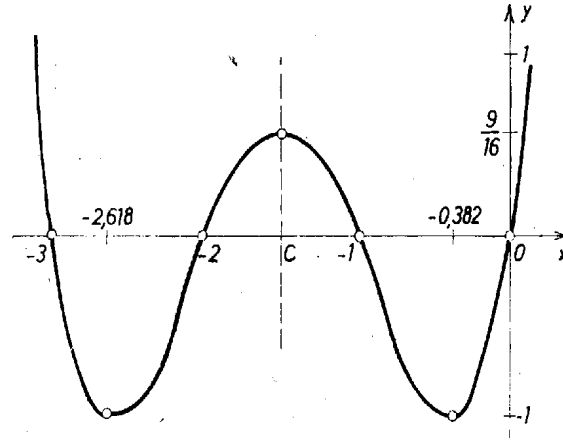
$$K = (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) = z(z + 2) = (z + 1)^2 - 1.$$

Eszerint K legkisebb értéke $z + 1 = 0$ esetén adódik, és ekkor $K_{\min} = -1$. (Ilyenre vezető x érték van, mert

$$z + 1 = x^2 + 3x + 1 = 0 \text{ból}$$

$$x' = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2} = -2,618, \quad x'' = -0,382.)$$

II. K értéke az $x = 0, -1, -2, -3$ helyeken 0, mert mindegyik helyen tényezőinek egyike 0, így a K -t ábrázoló görbe e négy pontban metszi az x tengelyt.



A négy pont páronként egymás tükörképe a $-3/2$ abszcisszájú C pontra nézve, ebből azt sejtjük, hogy a görbe szimmetrikus az y tengellyel C -n át fektetett párhuzamosra, mint tengelyre nézve. Valóban, a pontok abszcisszáit az origó helyett C -től mérve, és ezt u -val jelölve

$$u = x + \frac{3}{2}, \quad \text{azaz} \quad x = u - \frac{3}{2}, \quad \text{és így}$$

$$(1) \quad K = \left(u - \frac{3}{2}\right) \left(u - \frac{1}{2}\right) \left(u + \frac{1}{2}\right) \left(u + \frac{3}{2}\right) = \left(u^2 - \frac{9}{4}\right) \left(u^2 - \frac{1}{4}\right) = u^2 \left(u^2 - \frac{5}{2}\right) + \frac{9}{16}$$

innen pedig látjuk, hogy K értéke az u és $-u$ helyeken egyenlő, a sejtett szimmetria fennáll.

Mármint a vizsgálandó tartományban

$$-2 \leq x = u - \frac{3}{2} \leq -1, \quad \text{tehát}$$

$$-\frac{1}{2} \leq u \leq \frac{1}{2}, \quad \text{és így} \quad u^2 \leq \frac{1}{4},$$

és természetesen $u^2 \geq 0$. Eszerint az (1) jobb oldalán álló szorzat második tényezője minden figyelembe veendő helyen negatív, első tényezője pedig pozitív – kivéve az $u = 0$ helyet, ahol 0. Így a szorzat negatív vagy 0, tehát legnagyobb értéke $K_{\max} = 9/16$, az $u = 0$, vagyis az $x = -3/2$ helyen.