

Ennek alapján a szerkesztés a következő egyenesek és metszéspontok megszerkesztésével történhet: AD és BC metszéspontja E , AC és BD -é O , EO metszi AB -t és CD -t E_1 -ben és F -ben. A BF és CE_1 -nek O' metszéspontját E -vel összekötő egyenes metszi ki B' -t és C' -t és egyben BD -ből az első paralelogramma K_1 középpontját. Ezt összekötve DB' és E_1C' -nek K_2 metszéspontjával, kapjuk a középvonalat.

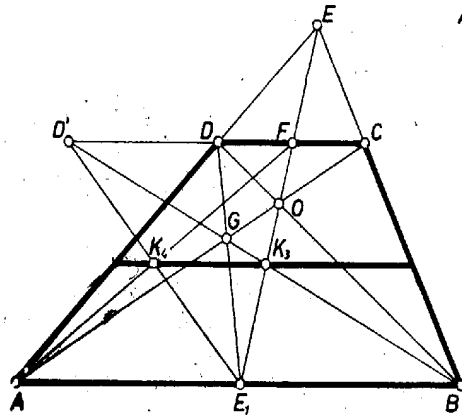
II. megoldás. Úgy is hozhatunk létre paralelogrammákat, hogy E_1 és F megszerkesztése után a segédvonal első része alapján CD -t megduplázzuk.

E_1 és F megszerkesztése után húzzuk meg DE_1 -et, majd az AC -vel való G metszéspontját B -vel összekötő egyenest metsszük el CD meghosszabbításával D' -ben (3. ábra). Az $ABCD'$ trapéz szárainak és átlóinak metszéspontját összekötő egyenes felezi AB -t, vagyis átmegy E_1 -en, így azonos az E_1 -et az átlók G metszéspontjával összekötő egyenessel. Ez nem más, mint E_1D . Tehát D felezi CD' -t, s így

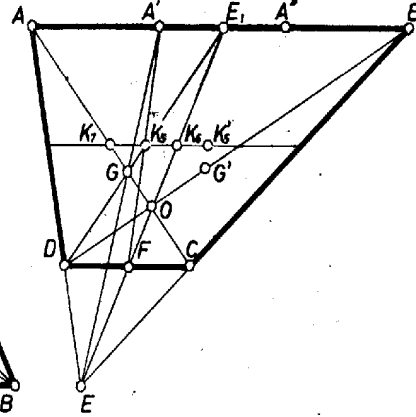
$$D'F = D'D + DF = (3/2) \cdot CD = (1/2) \cdot AB = AE_1 = E_1B.$$

Eszerint $AD'FE_1$ és $E_1D'FB$ paralelogramma. Az utóbbinak a középpontja, BD' -nek és E_1F -nek metszéspontja, már rendelkezésre is áll. AF és $D'E_1$ metszéspontja, K_4 , szolgáltatja a középvonal egy másik pontját.

Fodor Péter (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., II. o. t.)



3. ábra



4. ábra

III. megoldás. Két paralelogrammát szerkeszthetünk a segédvonal második részének, valamint annak felhasználásával is, hogy O felezi az EE_1 szakaszt. Valóban, egyrészt EF az EE_1 harmadrésze, tehát FE_1 a $2/3$ része; másrészt OF az OE_1 -nek harmada, tehát FE_1 -nek negyede, OE_1 pedig a háromnegyede, tehát EE_1 -nek a fele, amint állítottuk.

Ennek alapján a következőképpen járhatunk el: az előző megoldások első 5 egyenesének a meghúzása után megrajzoljuk DE_1 -et; ennek az AO -val való G metszéspontját E -vel összekötő egyenes messe AB -t A' -ben (4. ábra).

DEE_1A' trapéz, mert ED és E_1A' oldalainak és az átlóknak metszéspontját, A -t és G -t összekötő egyenes felezi EE_1 -et. Ekkor viszont DFE_1A' paralelogramma, így FA' kimetszi E_1D -ből a középvonal egy K_5 pontját. Ugyanígy szerkeszthetjük – D helyett C -t és A helyett B -t véve – a K'_5 pontot. A kettő összekötő egyenese a keresett középvonal.

Bendzsel Miklós (Budapest, Piarista Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Második paralelogramma szerkesztése nem is szükséges, hiszen $CE_1A'F$ is, $ADCA'$ is paralelogramma, mert

$$E_1A' = FD = CF = (1/2) \cdot CD = (1/6) \cdot AB, \text{ és így}$$

$$AA' = AB - AE_1 - E_1A' = \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) \cdot AB = (1/3) \cdot AB = CD.$$

A' megszerkesztése után tehát akár CA' -vel E_1F -ből, akár DA' -vel AC -ből kimetszhetjük a középvonal egy-egy pontját (K_6 , ill. K_7).

IV. megoldás. Láttuk, hogy O felezi az EE_1 szakaszt. Ismert ponton át a felezőpontjával együtt ismert AB szakasszal – mint majd belátjuk – párhuzamost tudunk szerkeszteni kizárólag egyenes vonalzó használatával. O -n át AB -vel párhuzamost húzva, ez az ABE háromszög középvonala. Ennek ismeretében a másik két középvonal is meghúzható, és ezek felezik AC -t és BD -t. A két felezőpont a középvonal egy-egy pontja.

Ennek alapján a szerkesztés az E_1 pont megszerkesztése után: meghúzzuk DE_1 et, az AO -val való G metszéspontját B -vel összekötő egyenes messe AE -t B_1 -ben (5. ábra).

