

**I. megoldás.** A kívánt azonosság akkor és csak akkor teljesül, ha a jobb oldalon beszorozva és  $x$  hatványai szerint rendezve  $x$  ugyanazon kitevős hatványainak együtthatói a két oldalon egyenlők:

$$\begin{aligned}(2) \quad & -a = -a - b - c, \\(3) \quad & b = ab + ac + bc = a(b + c) + bc, \\(4) \quad & -c = -abc.\end{aligned}$$

(2)-ből  $b + c = 0$ , ezt (3)-ba helyettesítve, majd 0-ra redukálva

$$b(1 - c) = 0.$$

Ez kétféleképpen teljesülhet:

I. ha  $b = 0$ , akkor (2)-ből  $c = 0$ , és így (4) is teljesül, bármi is az  $a$  együttható;

II. ha  $1 - c = 0$ , azaz  $c = 1$ , akkor (2)-ből  $b = -1$ , (4)-ből pedig  $a = -1$ .

*Hermann Tamás* (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)

**II. megoldás.** Helyettesítsünk (1)-ben  $x$  helyébe  $a$ -t, ekkor nyerjük, hogy

$$(5) \quad ab - c = 0, \quad c = ab.$$

Ezt beírva (1)-be és  $x$  helyébe  $b$ -t helyettesítve

$$(6) \quad b^3 - ab^2 + b^2 - ab = b(b + 1)(b - a) = 0.$$

Írjunk végül  $x$  helyébe 0-t, ekkor (5) felhasználásával

$$(7) \quad -c = -abc, \quad c(ab - 1) = ab(ab - 1) = 0.$$

(6) három esetben teljesül:

I. ha  $b = 0$ , ekkor (5)-ből  $c = 0$  és (1) minden  $a$ -ra fennáll;

II. ha  $b = -1$ , (5)-ből  $c = -a$  és (7)-ből  $a = 0$  vagy  $a = -1$ . Az előbbi esetben nem kapunk azonosságot.  $a = b = -1$ ,  $c = 1$  viszont megoldása a feladatnak;

III. ha  $b = a$ , (5)-ből  $c = a^2$  (7)-ből  $a^2(a^2 - 1) = 0$ ,  $a = 0$ ,  $a = 1$  vagy  $a = -1$ .

Az első esetben  $a = b = c = 0$ , az I. speciális esete.  $a = b = c = 1$  ismét nem ad megoldást,  $a = b = -1$ ,  $c = 1$  pedig a II. alatt talált megoldás.