

Általában egy B alapú (bázisú) számrendszerben felírt N természetes szám négyzete ugyanarra a számjegyre végződik, mint az utolsó számjegyének a négyzete. Legyen ugyanis N utolsó jegye V , ami azt jelenti, hogy $N = Bn + V$, ahol n valamilyen nemnegatív egész szám, és $0 \leq V < B$, akkor

$$N^2 = B(Bn^2 + 2nV) + V^2$$

és ebből következik az állításunk.

Az, hogy a V számjegy négyzetének utolsó jegye V , úgy is mondható, hogy $V^2 - V = V(V - 1)$ osztható B -vel.

I. Ez $B = 50$ és $V = 25$, ill. 26 esetén teljesül, ugyanis

$$25 \cdot 24 = 12 \cdot 50 \quad \text{és} \quad 26 \cdot 25 = 13 \cdot 50.$$

II. A feladat kérdésére minden olyan B alapszám megfelelő, amelyhez van olyan V számjegy, hogy $V(V - 1)$ osztható legyen B -vel – és természetesen $V < B$. Fordítsuk meg a kérdést: egy V számjegy megfelel minden olyan B alapszám esetén, amely $V(V - 1)$ -nek V -nél nagyobb osztója. Ilyenek leolvashatók az alábbi táblázatból:

V	$V(V - 1)$	B
2	2	–
3	6	6
4	12	12, 6
5	20	20, 10
6	30	30, 15, 10
7	42	42, 21, 14
8	56	56, 28, 14
9	72	72, 36, 24, 18, 12

Látható, hogy minden $B = V(V - 1)$ alakú alapszámhoz megfelel pl. a V utolsó jegy (belátható, hogy $V' = B - V + 1$ is), ha $V \geq 3$; ugyancsak minden $B = V(V - 1)/2$ alakú alapszámhoz is pl. a V , ha $V \geq 4$. Ha $V > 5$ és nem $3k - 1$ alakú, akkor a $B = V(V - 1)/3$ alapszámhoz megfelel a V utolsó jegy stb.

A táblázatból leolvasható $B = 6$, $V = 3$ és 4; $B = 10$, $V = 5$ és 6; $B = 14$, $V = 7$ és 8 példák így általánosíthatók: A $B = 4k + 2$ (k természetes szám) alapszámhoz megfelelnek a $V = 2k + 1$, $V' = 2k + 2$ számjegyek. Valóban, így

$$V(V - 1) = (2k + 1) \cdot 2k = k(4k + 2) \quad \text{és} \\ V'(V' - 1) = (2k + 2)(2k + 1) = (k + 1)(4k + 2).$$

Megjegyezzük még, hogy $B = 50$ esetén a mondott 25 és 26 (továbbá a kizárt 0 és 1) végződésen kívül más számjegy-végződésnek nincs meg a szóban forgó tulajdonsága, hiszen $50 = 2 \cdot 5^2$, másrészt V és $V - 1$ relatív prímek egymáshoz, és így csak egyikük osztható 5-tel, ennek viszont 5^2 -nel is oszthatónak kell lennie.

Megjegyzés. Előre felhívjuk az érdeklődők figyelmét az ugyanezen tárgykörbe vágó P. 9. probléma megoldására.