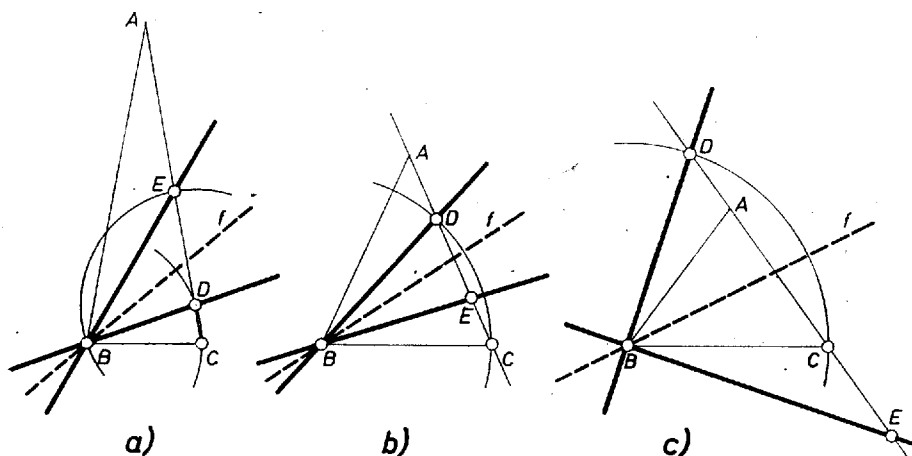


Tetszés szerinti egyenlő szárú ABC háromszögből ($AB = AC$) kiindulva származtassuk a D pontot a feladat előírása szerint, E pedig jelölje az AC egyenes metszéspontját a BD egyenesnek az ABC szög szögfelező egyenesére, f -re vett tükörképével, amennyiben létrejön a metszéspont.



1.a) – 1.c) ábra

Megmutatjuk, hogy ekkor az EAB háromszög egyenlő szárú. Ez tartalmazza a feladat állítását.

A D pont a CA félegyenesen van, mivel az ACB szög hegyesszög, és szerkesztés szerint a BCD háromszög egyenlő szárú, továbbá C -nél levő szöge közös az ABC háromszögével, így AB -t ugyanakkora és ugyanolyan irányú forgás viszi át AC -be, mint BC -t BD -be. Másrészt a BC egyenes tükörképe f -re a BA egyenes, BD -é pedig a szerkesztés szerint a BE egyenes. BA -t tehát egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú forgással vihetjük át BE -be, mint BC -t BD -be s ugyancsak mint AB -t AC -be. Ez azonban azt jelenti, hogy az AC és BE egyenesek az AB -szakasszal, annak ugyanazon oldalán egyenlő szöget zárnak be, s így az ABE háromszög egyenlő szárú.

Ezzel a feladat állítását – sőt annál többet is – bebizonyítottuk, kérdés azonban, mond-e valamit a feladat állítása, van-e olyan háromszög, amelyben E kimetszhető az AC egyenesből a D körüli $BC (= BD)$ sugarú körrel is. Ez esetben a BDE háromszögben $BD = DE$, ami akkor és csak akkor teljesül, ha

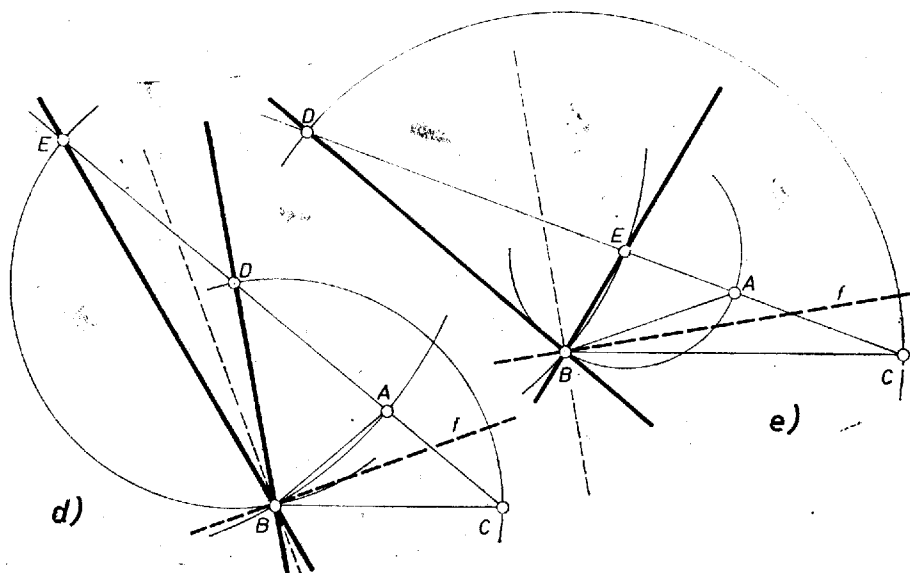
$$(1) \quad DBE\angle = DEB\angle.$$

Bevezetve a $BAC\angle = \alpha$ jelölést az ábra a) része esetében $BED\angle = 2\alpha$, így az (1) feltétel akkor és csak akkor teljesül, ha

$$ABC\angle = 2\alpha + EBD\angle = 4\alpha = ACB\angle,$$

s így

$$9\alpha = 180^\circ, \quad \alpha = 20^\circ.$$



1.d) – 1.e) ábra

Hasonlóan elvégezve a számítást az ábra többi részénél a b) és c) esetben $\alpha = 60^\circ$ adódik (ekkor D egybeesik A -val, E pedig C -vel), a d) esetben $\alpha = 100^\circ$, az e) esetben pedig $\alpha = 140^\circ$. Így 4 olyan háromszög-alak van, amelynél a feladat feltételei teljesülnek.