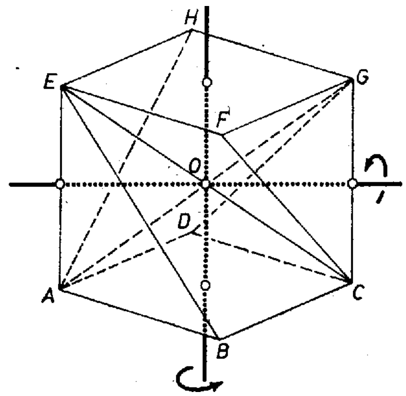
A szóban forgó test úgy állt elő az $ABCD$ alapú és az AE, BF, CG, DH oldalélekkel meghatározott kockából, hogy kivágtuk belőle az $ADGH$ és $BCEF$ háromoldalú gúlákat (1. ábra).



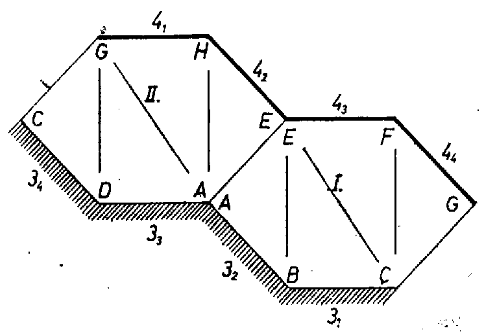
1. ábra

Láttuk, hogy a hálózat ragasztandó éleinek együttes hossza úgy lesz legrövidebb – éppen 7 kockaélnyi, ha csak eredeti kockaéleket hagyunk meg ragasztandóknak, más szóval, ha a kocka 4 lapbeli átlójából és 2 térbeli átlójából keletkezett éleket a hálózaton a papír hajlításával állítjuk elő.

Eszerint az egymáshoz csatlakozó ABE, BEC, ECF és CFG háromszöglapok együttese egyben marad, és ugyanez áll a mondott lapoknak a kocka O középpontjára (a CE, AG átlók, ill. élek közös felezőpontjára) vonatkozó tükrös párjaiból alakuló együttesre. Nevezzük ezeket a lap-együtteseket lapkomplexeknek. Ezeket kiterítve, határvonaluk a kockaélnyi oldalhosszúságú $ABCGFE =$I, ill. $CDAEHG =$II egymással egybevágó, centrálisan szimmetrikus hatszög, melyeknek első három szöge (a csúcsok mondott rendjében) 90°, 135°, 135°. Így csak azt kell vizsgálnunk, hogy a két komplex és az $ABCD =$III, $EFGH =$IV négyzet hányféleképpen kapcsolható össze hálózattá, vagyis hányféleképpen választható meg az a 3 kockaél (a testen maradt 10 közül), amelyet a papír hajtásával alakítunk ki.

Megjegyezzük, hogy az O-n átmenő, AE-vel párhuzamos egyenes a testnek forgási szimmetriatengelye, az e körüli 180°-os elfordítás önmagába viszi át a testet, az (A, C), (B, D), (E, G), (F, H) csúcspárokat felcseréli, egyszersmind I-et is a II-vel. Ugyanilyen tengely az AE és CG élek felezőpontjain átmenő egyenes, az e körüli 180°-os forgás egymásba viszi át a két komplexet, másrészt a két négyzetlapot is.

Először az olyan hálózatokat tekintjük, amelyekben I és II szomszédosak. Közös éleik, AE és CG a látott első szimmetriával egymásba átvihetők, elég tehát azt az esetet vizsgálnunk, amelyben a csatlakozó él AE (2. ábra).

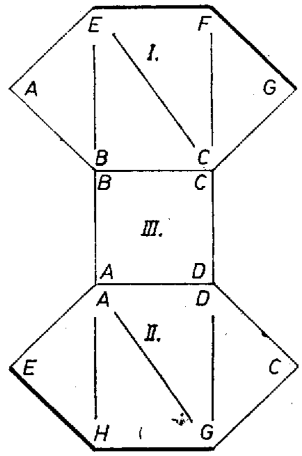


2. ábra

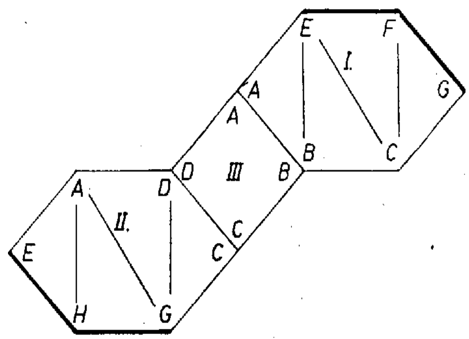
Együttesük centrálisan szimmetrikus az AE szakasz K felezőpontjára. A III-as négyzetlap az ábra 3_1, 3_2, 3_3, 3_4 éleinek valamelyike mentén kapcsolódik, a IV-es lap pedig hasonlóan a 4_1, 4_2, 4_3, 4_4 élek valamelyike mentén. A csatlakozási élt egymástól függetlenül megválasztva $4 \cdot 4 = 16$ párosítás gondolható.

Ezek közül azonban – ha i és j két különbözőt jelöl az 1, 2, 3, 4 indexek közül – a 3_i, 4_j és a 3_j, 4_i párosítások nem különbözők, K körül egymásba fordíthatók. A 3_i 4_i választás viszont i minden értékére más hálózatot ad. Az utóbbi alakúak száma 4, a további 12 párosításból viszont csak fele, 6 különböző.

Továbbmenve, ha I és II nem szomszédos, akkor valamelyik négyzetlap mindegyikhez csatlakozik, a második szimmetria alapján erre elég III-at kiválasztanunk. I és II a III-hoz ennek vagy két szemben fekvő oldala mentén kapcsolódik, vagy két szomszédos oldala mentén. Az előbbire két különböző lehetőség van, ugyanis pl. az AB él nem egyenértékű a BC-vel, hiszen a testen különböző alakú lapok kapcsolódnak hozzájuk (3. és 4. ábra).



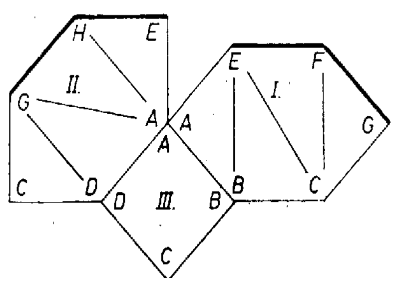
3. ábra



4. ábra

A I–III lapok együttese mindkét esetben centrálisan szimmetrikus a III-as lap középpontjára nézve, és a IV-es lap csatlakozására alkalmas 4 él (vastagon rajzolva) is páronként egymás képe. Így a csatlakozási él mindkét ábrán 2-féleképpen választható meg.

Ha I és II a III-hoz ennek szomszédos oldalain csatlakoznak, e két oldal közös csúcsa csak A és C lehet – hiszen pl. a BA, BC élek mindegyike mentén az I kapcsolódik III-hoz. Az első szimmetria miatt elég A-t vennünk közös csúcsnak (5. ábra).



5. ábra

Az első három lap együttese így nem szimmetrikus, IV-et bármelyik lehetséges él mentén csatlakoztatva más-más hálózatot kapunk.

Mindezek szerint a lényegesen különböző hálózatok száma $(4+6)+2+2+4=18$. Felsoroljuk az ezekben hajtással képezett $3-3$ kockaélt:

AE, CB, GH,	AE, CB, FG;	AB, CD, EF,
AE, BA, HE,	AE, BA, EF,	AB, CD, FG;
AE, AD, EF,	AE, BA, FG;	AB, AD, EF,
AE, DC, FG;	AE, AD, FG;	AB, AD, FG,
AE, CB, HE,	BC, AD, EF,	AB, AD, GH,
AE, CB, EF,	BC, AD, FG;	AB, AD, HE.

(Egy névtelen dolgozat felhasználásával)