

¹ a) Törzstényezők szorzatára bontva $284 = 2^2 \cdot 71$, $220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$, így az ajánlott 1106. gyakorlat gondolatmenete szerint felírva mind a $(2+1)(1+1) = 6$, ill. hasonlóan $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ osztójukat, majd azok összegét (innen azonban magukat a számokat elhagyva, 1-et pedig az osztók közé értve):

$$284 \text{ esetében: } 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220,$$

220 esetében: $[(1+2+4) + (5+10+20)] + [(11+22+44) + (55+110)] = 284$, tehát az állítás szerinti megegyezés fennáll.

b) Hasonlóan $76\,084 = 2^2 \cdot 23 \cdot 827$, és itt 827 prímszám, mert a négyzetgyökénél, 28,7-nél kisebb prímek egyikével sem osztható, így – amennyiben az állítás helyes – barátságos párja csak az osztóiból képezett összeg lehet, ami alkalmas csoportosítással

$$\begin{aligned} & [(1+2+4) + (23+46+92)] + [(827+1654+3308) + (19\,021+38\,042)] = \\ & = [7+23 \cdot 7] + [827(7+23 \cdot 7) - 76\,084] = (1+2+4)(1+23)(1+827) - 76\,084 = \\ & = 63\,020. \end{aligned}$$

Valóban, képezve a $63\,020 = 2^2 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 137$ felbontás alapján e szám $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ osztójának összegét, és elhagyva az összegből magát a számot, visszakapjuk 76 084-et. Az összeget az utóbbiakhoz hasonlóan mindjárt rövidítve képezzük:

a legfeljebb 2 hatványait tartalmazó osztók összege $1 + 2 + 4 = 7$;

azok összege, amelyek ezeken kívül legföljebb az 5-ös tényezőt tartalmazzák: $7 + 5 \cdot 7 = (1+5)7 = 42$;

figyelembe véve a 23-at, végül a 137-et tényezőként tartalmazókat is, rendre $(1+23) \cdot 42 = 1008$, ill. $(1+137)1008 = 139\,104$, és ebből kivonva magát a 63 020-at, a maradvány 76 084.

Gál Péter (Budapest, Kazinczy F. Ált. Isk., 8. o. t.),
Vogel Anna (Szentendre, Ferences Gimn., I. o. t.)

¹ Lásd az 1106. gyakorlatot, K. M. L. 35 (1967) 151. o.